

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NEWTON TİPİ OLMAYAN MR AKIŞKAN AKIŞININ
GENELLEŞTİRİLMİŞ UPWİND VE TVD ŞEMALARI İLE HAD
ANALİZLERİNİN GERÇEKLEŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Murat Can ÖNEN

Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

Enstitü Bilim Dalı : ENERJİ

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Zekeriya PARLAK

Temmuz 2022

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NEWTON TİPİ OLMAYAN MR AKIŞKAN AKIŞININ
GENELLEŞTİRİLMİŞ UPWİND VE TVD ŞEMALARI İLE HAD
ANALİZLERİNİN GERÇEKLEŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Murat Can ÖNEN

Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

Enstitü Bilim Dalı : ENERJİ

Bu tez 01.07.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği / oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı

Üye

Üye

BEYAN

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

Murat Can ÖNEN

15.06.2022

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, her konuda bilgi ve desteğini almaktan çekinmediğim, araştırmanın planlanmasından yazılmasına kadar tüm aşamalarında yardımlarını esirgemeyen, teşvik eden, aynı titizlikte beni yönlendiren değerli danışman hocam Doç. Dr. Zekeriya PARLAK'a ve bu süreçte bütün destekleriyle yanımda olan ailem ve arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	iv
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	vii
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ÖZET.....	x
SUMMARY.....	xi
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2.	
VİSKOZİTE.....	9
2.1. Kayma Gerilmesi.....	10
2.2. Kayma Hızı ve Kayma Hızı Şiddeti.....	10
2.3. Bingham Plastiği Viskozite Modeli.....	12
2.4. Herschel Bulkley Viskozite Modeli.....	13
2.5. Deneysel Viskozite Eğrileri.....	14
2.6. Düzeltilmiş Herschel Bulkley Ve Bingham Plastiği Modelleri.....	16
BÖLÜM 3.	
AKIŞ ANALİZİ VE BASINÇ DÜŞÜMÜ.....	21
3.1. Süreklilik Denklemi.....	21

3.2. Transport Denklemi.....	22
3.3. Momentum Denklemi.....	22
3.4. Paralel Levhalar Arasında MR Akışkan Akışının Diferansiyel Analizi.....	22
3.5. Reynolds Sayısı ve Basınç Düşümü.....	30
BÖLÜM 4.	
NÜMERİK AKIŞ ANALİZİ.....	34
4.1. Eksen Takımının Belirlenmesi.....	35
4.2. Transport Denklemine Ayrıklaştırılması.....	36
4.3. Upwind Şemalarına Göre Genelleştirilmiş Ayrıklaştırma.....	41
4.4. Kademeli Çözüm Ağı (<i>Staggered Grid</i>).....	47
4.5. u - Kontrol Hacminde u - Skalerinin Transportu.....	49
4.6. v - Kontrol Hacminde v - Skalerinin Transportu.....	52
4.7. SIMPLE Algoritması.....	55
4.8. Rahatlatma Uygulanmış (<i>Relaxed</i>) Denklem Sistemleri.....	59
4.9. Kayma Hızı Şiddetinin $ \dot{\gamma} $ Nümerik Olarak Hesaplanması.....	62
BÖLÜM 5.	
BULGULAR ve TARTIŞMA.....	65
5.1. Nümerik Çözücünün Doğrulanması (<i>Validation</i>).....	65
5.2. Paralel Plakalar Arası Tam Gelişmiş HB Akışkan Akışı.....	68
5.3. Sürünen HB Akışkan Akışının Farklı Şemalara Göre Analizleri.....	70
5.4. Aktif Bölge Kalınlığının (Ω) Hız Ve Basınç Alanlarına Etkisi..	72
5.5. MR Damper Analizi.....	76
BÖLÜM 6.	
SONUÇLAR.....	79
KAYNAKÇA.....	81
EKLER.....	86
ÖZGEÇMİŞ.....	102

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

a_p, a_{ij}	[-]	: Sonlu hacmin merkezine ait ayrık denklem katsayısı
$\alpha_u, \alpha_v, \alpha_w$	[-]	: Korunum denklemleri rahatlatma katsayıları
a_e, a_w, a_s, a_n	[-]	: Kontrol hacminin ilgili yüzüne ait ayrık denklem katsayısı (Konveksiyon + Difüzyon)
BP		: Bingham-Plastik viskoz modeli
β	[-]	: Basınç denklemi rahatlatma faktörü
CD		: Merkezi fark şeması (Central Differencing)
D_H	[m]	: Hidrolik çap, $D_H = 4A_{islak}/(Islak \text{ Çevre})$
D_e, D_w, D_s, D_n		: İlgili kontrol hacmi yüzüne ait difüzyon terimi
δ	[m]	: Yığın akışkan bölgesinin kalınlığı
$\varepsilon, \varepsilon_{ij}$	[1/s]	: Birim şekil değiştirme hızı ve tensörü
η	[kg/ms]	: Görünür viskozite
η_0	[kg/ms]	: Plastik viskozite (BP akışkanı)
f	[-]	: Darcy faktörü
F_e, F_w, F_s, F_n		: İlgili kontrol hacmi yüzüne ait konveksiyon terimi
$\dot{V}$	[m ³ /s]	: Hacimsel debi
$\dot{\gamma}, \dot{\gamma}_{ij}, \dot{\gamma} $	[1/s]	: Kayma hızı, kayma hızı tensörü ve kayma hızı şiddeti
H	[m]	: Paralel levhalar arası açıklık
i	[-]	: v kontrol hacimlerinin Y koordinatları
I	[-]	: Skaler ve u kontrol hacimlerinin Y koordinatları
j	[-]	: u kontrol hacimlerinin X koordinatları
J	[-]	: Skaler ve v kontrol hacimlerinin X koordinatları

HB		: Herschel-Bulkley modeli
k	$[kg/ms^{2-n}]$	: Tutarlılık (kararlılık) indeksi
L	$[m]$	: Kanal uzunluğu
m	$[-]$	: Papanastasiou viskozite düzeltme sabiti
n	$[-]$	: Politropik üs (HB ve PL akışkanları)
∇	$[1/m]$	: Gradyen operatörü, $\nabla\phi = \partial\phi/\partial x_i + \partial\phi/\partial x_j + \partial\phi/\partial x_k$
ω	$[1/s]$	: Doğal frekans
Ω	$[m]$	: Aktif bölge uzunluğu veya kutup başı uzunluğu
P	$[kg/ms^2]$	: Basınç alanı
P'	$[kg/ms^2]$	: Hız alanı düzeltmesi
ψ	$[-]$	: Akı limitleyici fonksiyon
ϕ		: Skaler alan değişkeni
R_a	$[m]$	: Kanal iç yarıçapı
R_b	$[m]$	: Kanal dış yarıçapı
R_c	$[m]$	: Damper gövde yarıçapı
R_d	$[m]$	: Ortalama kanal yarıçapı
Re	$[-]$	: Reynolds sayısı
ρ	$[kg/m^3]$	: Özgül kütle
Γ	$[-]$	: Difüzyon katsayısı
r	$[-]$	: Yukarıakım gradyeninin aşağı akım gradyenine oranı
$S_\phi, \bar{S}$		: ϕ skalerine ait kaynak terim ve ortalama kaynak şiddeti
S^{DC}		: Düzeltme kaynak terimi (Deferred correction)
$S_{P,maks}$	$[m]$	: Maksimum piston strok boyu
θ	$[-]$	: Zaman ağırlık parametresi
τ, τ_{ij}	$[kg/ms^2]$	: Kayma gerilmesi ve tensörü
τ_0	$[kg/ms^2]$	: Akışkanın akma gerilmesi
TVD		: Total varyasyon azaltma şemaları (Total Variation Diminishing schemes)

<i>QUICK</i>		: Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics
<i>UD</i>		: Yukarıakım şeması (Upwind Differencing)
<i>U</i>	[m/s]	: Hız alanı (Vektörel)
<i>u</i>	[m/s]	: <i>x</i> yönündeki skaler hız bileşeni
$\bar{u}, u_0$	[m/s]	: Kesitteki ortalama akış hızı
u_p	[m/s]	: Piston hızı
$u_{p,maks}$	[m/s]	: Maksimum piston hızı
u_i, u_j	[m/s]	: <i>x</i> ve <i>y</i> yönündeki hız bileşenleri
u, v, w	[m/s]	: Ara adımda hesaplanan veya yakınsamış hız alanları
u^*, v^*, w^*	[m/s]	: Tahmin edilen <i>x, y, z</i> hız alanları
u', v', w'	[m/s]	: Hız alanı düzeltmeleri
<i>v</i>	[m/s]	: <i>y</i> yönündeki hız bileşeni
<i>w</i>	[m/s]	: <i>z</i> yönündeki hız bileşeni

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	MR cihazlarının temel çalışma modları.....	3
Şekil 1.2.	(a) MR damperin şematik yapısı ve temel bileşenleri, (b) akışkan akışının olduğu akışa dik olan AB kesiti.....	6
Şekil 1.3.	MR damperin geometrik boyutları, Parlak [11].....	7
Şekil 1.4.	Temel piston boyutları.....	7
Şekil 2.1.	Viskoz karakteristik ölçümü için deney düzeneği.....	15
Şekil 2.2.	MR-132DG akışkanı için farklı elektrik akımlarında Anton Paar MCR 302 cihazı ile elde edilmiş viskoz karakteristik eğrileri.....	16
Şekil 2.3.	HB akışkanı için farklı regülasyon parametreleri ile elde edilen $\tau - \dot{\gamma}$ eğrisi, $I = 1.5A$	18
Şekil 2.4.	HB akışkanı için farklı regülasyon parametreleri ile elde edilen $\eta - \dot{\gamma}$ eğrisi, $I = 1.5A$	19
Şekil 3.1.	Paralel levhalar arası MR akışkan akışı	23
Şekil 4.1.	İki boyutlu paralel plakalar arasında gerçekleşen akış alanı.....	36
Şekil 4.2.	Geleneksel akış şemalarında ψ fonksiyonunun r ile değişimi....	44
Şekil 4.3.	(a) TVD şemalarında ψ fonksiyonunun r ile değişimi, (b) ikinci dereceden TVD şemaları bölgesi	44
Şekil 4.4.	2-Boyutlu bir akış alanının geri adımlı kademeli çözüm ağı ile yapılandırılmış (<i>Structured</i>) ayrıklaştırılmasıç.....	48
Şekil 4.5.	(a) $\partial u / \partial y$ ve (b) $\partial v / \partial x$ terimlerinin skaler kontrol hacmi üzerinde hesaplanması.....	63
Şekil 4.6.	Nümerik HAD analizi için izlenen çözümleme adımları.....	64

Şekil 5.1.	Çözüm ağından bağımsızlık çalışması, $Re = 10$ (HB Akışkanı).....	66
Şekil 5.2.	$Re = 1$ ve farklı Bn sayılarında elde edilmiş BP akışkan akışı hız profilleri. $Bn = 0$ için olan durum Newton tipi akışkan akışı olduğuna dikkat edilmelidir.....	67
Şekil 5.3.	HB akışkanının farklı Re sayılarında HAD ve Analitik hız profilleri.....	69
Şekil 5.4.	Gelişmekte olan MR akışkan akışı (HB Modeli).....	71
Şekil 5.5.	MR Damper pistonunda aktif bölgelerin konumlandırılması.....	72
Şekil 5.6.	$L_{bobin} = 0,25L$ olması durumunda Hız ve Basınç alanları.....	73
Şekil 5.7.	$L_{bobin} = 0,5L$ olması durumunda Hız ve Basınç alanları.....	73
Şekil 5.8.	$L_{bobin} = 0,75L$ olması durumunda Hız ve Basınç alanları.....	74
Şekil 5.9.	Aktif ve aktif olmayan bölgelerdeki tam gelişmiş hız profilleri. (Her üç bobin sarım uzunluğu için de aynıdır).....	74
Şekil 5.10.	Merkez çizgisi boyunca HAD ile elde edilen hız profillerinin karşılaştırması, $Re = 10$	75
Şekil 5.11.	Merkez çizgisi boyunca basınç dağılımlarının karşılaştırması, $Re = 10$	76
Şekil 5.12.	MR damper kuvvet-zaman grafiği.....	78
Şekil 5.13.	MR damper kuvvet-piston konumu grafiği.....	79
Şekil 5.14	MR damper Kuvvet-piston hızı grafiği.....	79

TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 2.1.	MR132DG akışkanının viskoz özellikleri (HB).....	15
Tablo 2.2.	Geometrik katsayılar, Rohsenow ve Hartnett.....	32
Tablo 5.1.	Akışkan özellikleri ve kontrol hacmi boyutları.....	65
Tablo 5.2.	HB akışkanının farklı Re sayılarında HAD ve Analitik sonuçları.....	70

ÖZET

Anahtar kelimeler: Manyetoreolojik akışkan, MR damper, Nümerik Analiz, Ayırıklaştırma, Paralel plakalar, Newton tipi olmayan akışkan, Herschel-Bulkley viskoz modeli

Manyetoreolojik (MR) damperler, anlık olarak ayarlanabilir sönümleme katsayısı avantajı sunarak farklı kuvvetleri farklı hızlarda sönümleyebilmektedir. Bu karakteristik özellik MR damperin özel olarak tasarlanmış pistonu sayesinde mümkün olmaktadır. Piston içerisinde manyetik alana maruz bırakılmış bir akış kesitinden, manyetik alandan etkilenen bir MR sıvının geçirilmesiyle, manyetik alan şiddetinin büyüklüğüne bağlı olarak piston kuvveti ayarlanabilmektedir.

Bu çalışmada dairesel piston halkasının iki boyuta indirgeyerek paralel levhalar arasında meydana gelen Newton tipi olmayan karakteristiğe sahip bir MR sıvının Hesaplamalı Akışkanlar Mekaniği (HAD ya da HAD) analizi gerçekleştirilmiştir. HAD analizlerinde Sonlu Hacimler Yöntemi (SHY) ile ayırıklaştırılan momentum denklemleri MATLAB programında yazılan kod ile çözülmüştür. Nümerik çözücü, iki boyutlu ve yapılandırılmış şekilde sonlu hacimlere ayrılmış geometriler üzerinde çalışmaktadır.

Bu çalışmada manyetik alandan etkilenen bir akış kesiti içinde meydana gelen MR akışkan akışının nümerik analizi yapılarak daimî ve daimî olmayan koşullarda akış alanı boyunca oluşan hız ve basınç alanları elde edilmiştir. Daimî akış analizlerinin ilkinde sürünme akışı koşullarında altı farklı ayırıklaştırma şemasına göre hız ve basınç alanları farklı Reynolds sayıları için elde edilmiştir. Bir diğer daimî analizde ise bobin sarım uzunluğunun (veya etkin bölge kalınlığının) kanal boyunca hız ve basınç alanlarına etkisi incelenmiştir. Zamana bağlı olarak gerçekleştirilen daimî olmayan çözümlerde piston hızı için sinüzoidal bir bağıntı kullanılarak sabit manyetik alan altında kuvvet-yer değiştirme, kuvvet-hız grafikleri elde edilmiştir.

PERFORMING CFD ANALYSIS OF NON-NEWTONIAN MR FLUID FLOW WITH GENERALIZED UPWIND AND TVD SCHEMES

SUMMARY

Keywords: Magnetorheological fluid, MR damper, Numerical analysis, Discretization, Parallel plates, non-Newtonian fluid, Herschel-Bulkley fluid

Magnetorheological (MR) dampers can absorb different forces at different speeds by offering the advantage of an adjustable damping coefficient instantly. This characteristic feature is made possible by the specially designed piston of the MR damper. The piston force can be adjusted depending on the magnitude of the magnetic field strength by passing an MR fluid affected by the magnetic field through a flow section in the piston exposed to the magnetic field.

In this study, the Computational Fluid Mechanics (CFD) analysis of an MR fluid with non-Newtonian characteristics between parallel plates has been performed. The momentum equations discretized within the scope of CFD were made according to six different flow schemes and the numerical solution was carried out with a set of codes written in the MATLAB program. By presenting all the steps of these discretization in the most understandable way, It is aimed to develop an applicable numerical solver for two-dimensional flow fields that can be solved with a structured mesh for non-Newtonian MR fluid flow.

In this study, the analysis of the flow occurring in the circular annuli was made by reducing the problem into parallel plates, and velocity and pressure fields along the flow field were obtained. Both steady and unsteady CFD analyzes were performed. In the first of the steady fluid flow case, velocity and pressure fields were obtained for different Reynolds numbers, according to six different discretization schemes in creeping flow conditions. In another steady case, the effect of coil length (or effective zone thickness) on velocity and pressure fields along the channel was investigated. For the unsteady fluid flow analysis conditions, the force-time, force-displacement and force-velocity graphs under constant magnetic field excitation are obtained by using a sinusoidal piston velocity for a relatively small-scale MR damper.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Tarih boyunca insanlar, doğada bulunan elementleri kendi çıkarlarına kullanarak fayda elde etmiş ve en nihayetinde ise ürettikleri bilgi ve deneyimleri uygarlıklarının gelişmesine katkı sunmak için kullanmışlardır. Bu doğrultuda, insanlar ürettikleri bilgileri bir araya getirerek sistematik bir bilgi bankası olan Bilim'i icat ettiler. Bilim, bir sistemin analizini birçok varsayım yaparak konuyu farklı kategorilere indirger ve bunlar üzerinden tüm sistemi anlayabilmek adına mantıksal çıkarımlar yapmayı hedefler. Böylece bilim, bir bilgiyi öğrenmenin sistematik bir yolunu bize sunar [1].

Doğayı anlamaya çalışmamızdaki birçok bilim dalından birisi de akışkanlar mekaniğidir. Akışkanlar mekaniği, akışkan hareketini analiz ederek akışkanların kullanıldığı sistemlerin çalışma prensiplerini anlamamız için yol göstermektedir. Akışkan hareketi, akışkanın akmaya gösterdiği direnç olarak tanımlanan viskozite ile doğrudan ilişkilendirilebilmektedir. Öyle ki, akışkanların sınıflandırılmaları viskoz davranışlarına göre yapılmaktadır.

Akışkanlar, viskoz özellikleri bakımından Newton tipinde olan akışkanlar ve Newton tipinde olmayan akışkanlar olmak üzere iki ana kategoriye ayrılmaktadır. Newton tipi akışkanlar dinamik akış koşullarından bağımsız olarak sabit viskoz karakteristik gösterirken, Newton tipinde olmayan akışkanlar ise analizi yapılan kontrol hacmindeki yerel hız alanı, sıcaklık gibi etmenlere bağlı olarak değişken değerler alabilmektedir. Bundan dolayı Newton tipi olmayan akışkan akışlarında viskozite alan-bağımlı bir değişken olarak değerlendirilir.

Nano üretim teknolojisindeki gelişmeler, mikro ve nano metre boyutlarında toz partiküllerin üretilmesine olanak sağlamıştır. Bu nano ve mikro partiküller manyetik alana karşı tepkisiz bir taşıyıcı akışkan ile karıştırıldığında ise Manyeto-reolojik (MR)

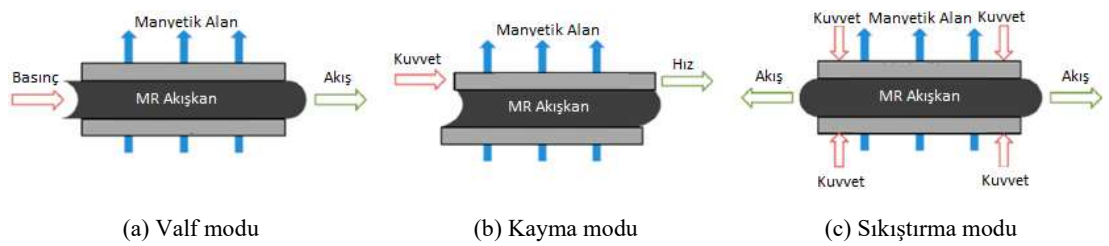
akışkan olarak bilinen bir tür akıllı sıvı elde edilmektedir [2]. Bu akıllı sıvı, içerisinde dağılmış metal partiküller sayesinde ilginç özelliklere sahip olabilmektedir. MR akışkanlar Newton tipi viskoziteye sahip olmasına rağmen manyetik alana maruz kaldıklarında Newton tipi olmayan viskoz özellik gösterirler. MR akışkan içerisindeki metal partiküller manyetik alan çizgileri yönünde toplanarak anizotropik bir yapı oluşturur ve akışkan akışını daha güç hale getirerek Newton tipi olmayan viskoz özelliklerin ortaya çıkmasına neden olur. MR akışkanların akmaya karşı gösterdiği bu direnç viskozite temelinde ele alınarak birçok çalışmada MR akışkan için Newton tipi olmayan viskoz modeller kullanılarak modellemeler yapıldığı görülmektedir.

Mikro boyutlardaki metal toz parçacıklarının MR akışkan karışımındaki derişiminin artması manyetik alan olmadığında akışkanın viskoz özelliklerini değiştirebildiği bazı çalışmalarda raporlanmıştır. Böyle bir partikül-sıvı karışımındaki parçacıkların miktarı kütle oranı adı verilen bir faktör ile tanımlanarak, Li ve ark. [3] tarafından viskoz özelliklere etkisini araştırmak için bir çalışma yapmışlardır. Yaptıkları çalışmada inceledikleri MR sıvı karışımında mikron boyuttaki metal parçacıkların kütle oranı %40'ın üzerinde olması durumunda manyetik alan etkisi olmasa bile MR akışkanın Newton tipi olmayan akışkan gibi davranabileceğini göstermişlerdir. Bunun nedenini akışkan içerisindeki toz partiküllerin viskoz sürtünmeyi artırarak akışkan akışını daha güç hale getirdiğini belirtmişlerdir. Karışımındaki toz partikül oranının artması adezyon kuvvetlerinin arttırmasına ve bu da akış hareketi gerçekleştiğinde viskoz karakteristik üzerinde etki göstermesine neden olabilir. Tamadondar ve ark. [4] adhesif partiküllerden oluşan karışımları inceleyerek adezyon kuvvetlerini doğrusal ve açısal momentum denklemlerinin partiküller üzerinde nümerik olarak çözdürülmesiyle elde etmişlerdir.

Endüstriyel ve pratik uygulamalar için Newton tipi olmayan akışkanların uygulama alanları son yıllarda giderek atmaktadır. Örneğin, Newton tipi olmayan bir sıvının kullanıldığı oldukça etkileyici uygulamalardan birisi; bu sıvıların yüksek güvenli iş eldivenlerinde kullanılmasıdır. Bu tip bir eldivende ani darbe uygulandığında katı cisim gibi davranarak tepki veren yani kalınlaşan viskoz özellikteki bir Newton tipi olmayan sıvının kullanılmasıyla eldivenler ani çekiç darbelerine karşı güvenli hale

getirilebilmektedir. Ayrıca böyle bir sıvının eldivenin içinde kullanılması normal kullanımda el hareketlerine rahatlıkla izin vererek konforlu çalışma koşullarını da etkilememektedir [5].

Bir başka kullanım da araçların süspansiyon sistemlerinde karşımıza çıkabilir. Araçlarda kullanılan süspansiyon sistemleri, araç gövdesini ve aksları desteklemek için yay, sönümleyici damper ve anti-roll denge çubuğu bileşenlerinden oluşur. Bu mekanizmalar, araç gövdesi ile tekerler arasında, yol koşullarından kaynaklanan titreşimi ve darbelerin sönümlenmesini sağlayarak sürüş güvenliğini ve araç içi konforu arttırmaktadır. Düşük sönümlenme katsayılı bir dampere sahip bir araç yavaş seyir hızlarında konfor ve sürüş kolaylığı sağlayabilirken, yüksek hızlara çıkıldığında virajlarda aracın fazlaca yatmasına ve devrilme olasılığının artmasına neden olur [5]. Bunu önlemek için daha yüksek sönümlenme katsayılı bir süspansiyon kullanımında ise aracın düşük hızlardaki ve engebeli yollardaki sürüş konforu ve güvenliği olumsuz etkilenmektedir. Böyle bir problemde ise çözüm sönümlenme damperinde Newton tipi olmayan bir akışkan kullanmak olabilmektedir. Ancak bu da yalnızca sönümlenme katsayısının farklı ve tek bir değere değişmesine neden olacaktır. Daha ileri bir çözüm, akıllı bir akışkan olan Manyetoreolojik (MR) sıvı kullanarak farklı bir yapıya sahip damper kullanmak olabilir. MR akışkanlar yapıları sayesinde manyetik alandan etkilenir ve viskoz karakteristiğinde değişim gösterir. MR sıvılı bir damper MR damper olarak adlandırılır. MR damperlerin, sağlık sektöründe protez uzuvlarda uygulama alanı bularak engelli bireylerin yaşam konforunu arttırabildiği uygulamaları da görmek mümkündür [6]–[8].



Şekil 1.1. MR cihazlarının temel çalışma modları [2]

Yarı-aktif kontrol elemanı olan MR damperlerin üç farklı çalışma modu vardır: valf modu, kayma modu ve sıkıştırma modu. Valf ve kayma en çok uygulama alanı bulan modlardır [9]. Şekil 1.1.'de bu modlar gösterilmiştir. Valf veya *pressure-driven* akış, modu genellikle damperlerde, darbe emicilerde ve servo-valflerde karşımıza çıkmaktayken sıkıştırma modu düşük genlikli titreşim sönümleyici damperlerde karşılaşılmaktadır [2]. Kayma modu ise kavrama ve frenlerde kullanılmaktadır [10].

Metal parçacıklarının serbest hareket ettiği sıvı-katı MR akışkan süspansiyonu, dışarıdan uygulanan manyetik akı yoğunluğu şiddetine (**B**) karşı tepki göstererek viskoz davranışında değişik gösterir. Böylece, akış hareketine karşı gösterilen direnç katsayısı olarak tanımlanan viskozite ifadesi MR akışkanlarda değişken ve manyetik akı şiddeti ile kontrol edilebilir karakterde olabilmektedir. MR akışkanların bu özelliği MR damperlerde kullanılarak geleneksel damperlerin aksine değişken sönümleme katsayısı sunma avantajı elde edilmektedir [2].

Literatürde MR akışkanın viskoz karakteristiği Bingham plastiği veya Herschel Bulkley viskoz modelleri kullanarak valf modunda çalışan MR damperleri modelleyen çalışmalar vardır [2] [11]. Zhang ve ark. [10] MR akışkan viskozitesini Bingham viskoz modeli ile modelleyerek kayma modunda çalışan bir MR kavramanın analizlerini gerçekleştirmiştir. Yaptıkları analizlerde manyetik akı yoğunluğunun kontrol hacmindeki dağılımını dikkate alarak akışkanın her bir konumda farklı Bingham karakteristiğine sahip olacağı göz önünde bulundurarak manyeto-statik tork değerlerini farklı MR akışkanlar için değerlendirmişlerdir.

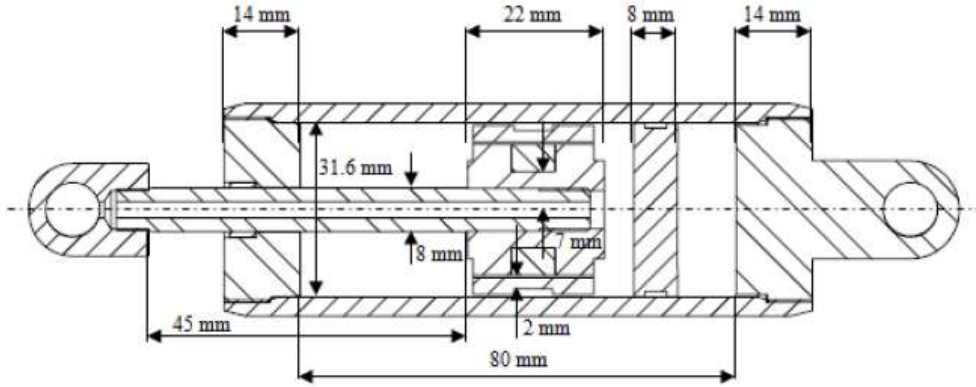
Susan-Resiga [12] incelen (*Pseudoplastic*) karakteristikteki MR-132DG isimli akışkan için viskoz modeller önermiştir. Susan, farklı manyetik alan etkileri altında farklı viskozite parametreleri elde ederek kritik kayma şekil değişim hızlarını farklı akım değerleri için etmiştir. Uygulanan manyetik alana göre değişiklik gösteren kritik kayma şekil değişim hızının altındaki tüm kayma hızlarında viskozitenin sabit ve oldukça yüksek mertebe değerlerinde olduğunu göstermiştir. Böylece çok düşük kayma hızlarında incelenen MR akışkanın viskozitesinin Newton tipinde olduğunu belirtmiştir. Akışkanlar mekaniği açısından bu durum göz önüne alındığında bir akış

alanında bu denli küçük kayma hızları için çıkarımlar yapmak mümkündür. Bölüm 2’de tanımlanan kayma hızları ve kayma gerilmeleri arasındaki ilişki göz önüne alındığında viskozite parametresinin çok yüksek olması momentumun korunumu uyarınca kontrol hacmi boyunca taşınan kayma gerilmelerinin değerlerini sağlamak durumundadır. Böylelikle kayma hızları oldukça düşük değerler almakta ve kontrol hacminde deforme olmadan hareket eden yığın akışkan akış bölgeleri oluşmaktadır.

MR akışkanlar lineer olmayan viskoz karakteristiğe ve dinamik olarak kontrol edilebilir akma gerilmesine sahiptir [13]. Bu etkiyi akış alanında modelleyebilmek için literatürdeki bir diğer yaklaşım; manyetik alan etkilerinin momentum denklemlerine Lorentz kuvvetleri ile dahil edilmesidir. Maxwell denklemleri ile Navier Stokes denklemlerinin birleşiminden oluşan Magnetohidrodinamik (MHD) denklemlerinin nümerik olarak çözülmesiyle MR akışkan akışı modellenenilmektedir. Gedik ve ark. [14] ve Llorente ve ark. [15] MHD denklemlerini iki boyutlu paralel plaka kontrol hacminde uygulayarak MR akışkan akışını modellemişlerdir. Her iki çalışma da benzer şekilde kontrol hacmi içerisinde hem aktif hem de aktif olmayan bölgeler bulundurmakta ve bu bölgenin konumuna göre farklı hız ve basınç alanları sunmaktadır. Li ve ark. [2] farklı giriş koşulları altında MHD denklemlerini kullanarak bir MR damperin sabit giriş basıncı altında, sinüzoidal giriş basıncı altında ve sismik deprem dalgalarından kaynaklanan giriş basıncı altında incelemişlerdir. Sabit giriş basıncı verilen sürekli akış koşullarında farklı manyetik akı yoğunluklarında basınç ve hız dağılımının kontrol hacmi boyunca nasıl değiştiğini göstermişlerdir. MR damperin gelen kuvvetleri sönmülmesi neticesinde akış alanındaki giriş basıncı sismik veya sinüsoidal olarak zamana bağlı şekilde değiştirmektedir. Yaptıkları çalışmada akış alanı boyunca farklı zaman adımlarında farklı hız ve basınç alanları elde edilerek, bu durumlar farklı manyetik akı yoğunlukları için de incelenmiştir.

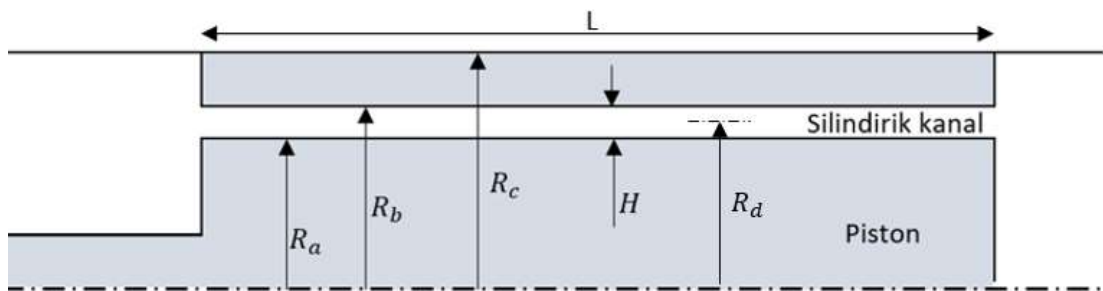
Peng ve ark. [9] Herschel-Bulkley (HB) viskoz modelini kullanarak sürekli ve zamana bağlı durumlar için MR damper analizlerini gerçekleştirerek kuvvet-yer değiştirme, kuvvet-hız gibi grafikleri elde etmişlerdir. Parlak ve Engin [11] Bingham Plastiği (BP) viskoz modelini uygulayarak MR damperin kuvvet-hız grafiğini elde etmişlerdir.

Histerisizlik bir MR damperin sıkıştırma (*compression*) ve gevşeme (*rebound*) hareketleri esnasında kuvvet-yer değiştirme eğrilerinin arasındaki farkı ifade eder. Şekil 1.3.'te Parlak'ın [17] doktora tez çalışmasında kullandığı MR damperin yapısı ve bazı geometrik ölçüleri verilmiştir.



Şekil 1.3. MR Damperin geometrik boyutları, Parlak [17].

Bu tez çalışması kapsamında [17]'dekine benzer boyutlara sahip bir piston yapısı göz önüne alınmıştır. Bu çalışma MR akışkan akışının manyetik alan etkileri altında HAD modellemesine odaklandığından, piston içerisinde bulunan dairesel halka içerisindeki akışkan akışının gerçekleştiği geometrik boyutlar önem kazanmaktadır. Bu geometrik boyutlar Şekil 1.4.'te gösterilmiştir.



Şekil 1.4. Temel piston boyutları

Piston hareketi göz önüne alındığında dairesel halka şeklindeki kanala giren akışkanın ortalama hızı Denk. 1.1 ve 1.2 ile hesaplanabilir.

$$\dot{V} = \bar{u} \pi (R_a^2 - R_b^2) = u_p \pi (R_c^2) \quad (1.1)$$

$$\bar{u} = \frac{R_c^2}{(R_a^2 - R_b^2)} u_p = \frac{R_c^2}{2HR_d} u_p \quad R_d = (R_a + R_b)/2 \quad (1.2)$$

Bu denklemlerde $\bar{u}$ dairesel halka içerisindeki ortalama akışkan hızı, R_a ve R_b sırasıyla dairesel halkanın dış ve iç yarıçapları, R_c gövde yarıçapı ve u_p piston ilerleme hızı olarak tanımlanmıştır.



BÖLÜM 2. VİSKOZİTE

Viskozite, akışkan partiküllerinin sahip olduğu moleküler kayma gerilmelerinin transportunda kullanılan bir difüzyon katsayısı olarak nitelendirilebilir. Bir akışkan partikülündeki kayma gerilmesi, o akışkan partikülünün viskozitesine ve diğer partiküller ile etkileşimi sonucu ortaya çıkan birim uzaklıkta meydana gelen hız farklılıklarının fonksiyonudur. Buradan hareketle de bir akışkanın viskozitesi; kayma gerilmeleri (τ) ile kayma hızları ($\dot{\gamma}$) arasındaki ilişkiyi kurmaktadır. Kayma gerilmesi viskozite ve kayma hızının bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir, $\tau = \tau(\eta, \dot{\gamma})$.

Lagrange yaklaşımı ve Stokes hipotezi birlikte değerlendirildiğinde; kayma gerilmeleri ve termodinamik basınç gradyenlerinin bir akışkan partikülünü akış alanı boyunca sürüklediği sonucuna varmaktayız. Bu yüzden, viskozitenin momentum denklemlerinde karşımıza çıkan kayma gerilmelerinin büyüklüğüne doğrudan olarak etki etmesiyle hız alanına birincil dereceden, basınç alanına ise dolaylı olarak önemli ölçüde etki ettiği söylenebilir.

Ayrıca, momentum denklemleri; bir akışkan partikülüne etki eden kayma ve normal gerilmelerin vektörel toplamının akışkan partikülünün momentumundaki değişimine eşit olduğunu belirtir [18]. Bu kayma gerilmelerinin de yerel kayma hızları ve viskozitenin bir fonksiyonu olduğu düşünüldüğünde Newton tipi olmayan akış alanlarının modellenmesinde önemli bir etkiye sahiptir. Bu tez kapsamında ele alınan MR akışkanın manyetik alan etkileri altında göstermiş olduğu Newton tipi olmayan viskoz karakteristiği, hız ve basınç alanlarının önemli ölçüde etkilendiğini gösterdiği Bölüm 5'te görülebilmektedir.

Viskozitenin tam olarak anlaşılabilmesi için öncelikli olarak kayma gerilmesi ve kayma hızı kavramlarının anlaşılması gerekmektedir.

2.1. Kayma Gerilmesi

Kayma gerilmesi (Shear stress); bir akışkan partikülünün yüzeylerini çevreleyen diğer akışkan partiküllerinin yerel hız farklılıklarından dolayı partikül yüzeylerine uygulamış olduğu birim yüzey alanı başına kuvvettir. Bird ve ark. [19] viskoziteyi bir momentum transport katsayısı olarak ele almaktadır. Böylelikle, viskozite, bir akışkan partikülü yüzeyinden olan moleküler momentum akısında karşımıza çıkan bir difüzyon katsayısı olarak ifade edilmektedir. Böylelikle u_i veya u_j gibi hız alanı skalerlerinin η gibi bir difüzyon katsayısı (viskozite) ile akış alanında transportu ifade edilebilir.

$$\tau_{ij} = \eta \dot{\gamma}_{ij} \quad i, j = x, y, z \quad (2.1)$$

Denk. 2.1; kayma gerilme tensörü olarak adlandırılır. Bu denklemde, τ kayma gerilmesini, η dinamik viskoziteyi ve $\dot{\gamma}$ kayma hızını ifade eder. Ayrıca, i indisi kayma gerilmesinin ait olduğu yüzeyin normaline paralel vektörü ifade ederken j indisi kayma gerilmesinin yönünü göstermektedir. Örneğin τ_{xy} , kübik bir kontrol hacminin x - yönünde normale sahip olan yüzeyde bulunan y - yönündeki kayma gerilmesidir.

2.2. Kayma Hızı $\dot{\gamma}$ ve Kayma Hızı Şiddeti $|\dot{\gamma}|$

Kayma hızı (*Shear rate*), akışkan partiküllerin hızlarının konuma göre olan değişiminin nicelik olarak bir ölçüsüdür. Akış alanındaki herhangi bir akışkan partikülünün tüm yönlerde maruz kaldığı hız farklılıklarının eşdeğer bir ölçütü kayma hızı tensörü ile ifade edilebilir. Kayma hızı, Einstein nütasyonu kullanılarak Denk. 2.2 ile verilebilir ve akış alanında herhangi bir akışkan partikülü veya kontrol hacmi için hesaplanabilir. Bu denklemde ε akışkan partikülünün ortalama açısal dönme hızı tensörü, $\mathbf{U}$ hız alanı, u bu hız alanının skaler bileşenleri ve ∇ gradyan operatörünü temsil etmektedir [20].

$$\dot{\gamma} = 2\varepsilon_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T \quad (2.2)$$

Newton tipi olmayan bir akışkanın viskozite değeri kayma hızı şiddetine $|\dot{\gamma}|$ göre belirlenir. Bir akışkanın viskozitesi belirlenirken yapılan deneyler bir boyutludur. Ancak, iki veya üç boyutlu bir akış alanı göz önüne alındığında akışkan partikülü farklı boyutlarda kayma gerilmelerine maruz kalacağından, akışkan partikülünün kayma hızı hesaplatılmak istenildiğinde eşdeğer bir kayma hızı şiddetinin hesaplanması gerekmektedir. Denk. 2.3 ile verilen bağıntı yardımıyla akış alanının herhangi bir konumunda kayma hızı şiddetini (shear rate magnitude) elde etmek mümkündür [21].

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\gamma} : \dot{\gamma}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ij} \right)} = \sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\gamma}_{xx}^2 + 2\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yy}^2)} \quad (2.3)$$

Denk. 2.2 ve 2.3 birleştirilerek Denk. 2.4 elde edilir.

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2} \quad (2.4)$$

Newton tipi akışkanlarda kayma gerilmesi ile kayma hızı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu biliyoruz. Ancak, Newton tipi olmayan akışkanlarda kayma gerilmesi ile kayma hızı arasındaki ilişki doğrusal değildir. Dolayısıyla, Newton tipi olmayan akışkan akışının gerçekleştiği bir akış alanında farklı konumlardaki kontrol hacimleri için hesaplanan viskozite değerleri birbirlerinden farklı olacaktır, $\eta = \eta(\dot{\gamma})$.

Sıcaklık, yerel kayma hızları veya MR akışkanlar için manyetik alan etkilerinden etkilenen ve viskozitesinde değişiklik gösteren akışkanlar Newton tipi olmayan akışkanlar olarak adlandırılır. Bu çalışma kapsamında modellenen MR akışkanın akış alanı boyunca sıcaklıktan etkilenmediği varsayılarak yalnızca kayma hızına bağlı olarak viskozitesinin değişiklik göreceği varsayıldı. Literatürde MR akışkanların modellenmesinde yapılan birçok çalışmada bu yaklaşımı görmek mümkündür [22].

Böylece Newton tipi olmayan bir akışkanın kayma gerilmesi Denk. 2.5 ile verilebilecek genel bir bağıntıya uyduğu söylenebilir.

$$\tau = \eta(|\dot{\gamma}|)\dot{\gamma} \quad (2.5)$$

MR akışkanlar manyetik alan etkisi altında Newton tipi olmayan viskoz davranış gösterirken manyetik alan kaldırıldığında Newton tipi davranış sergiler. Literatürde MR akışkanların viskoziteleri genel olarak Bingham plastik modeli veya Herschel-Bulkley modeli kullanılarak modellenir. Her iki viskoz model de akma gerilmesine sahip Newton tipi olmayan akışkanlar için kullanılır. İki model arasındaki fark Herschel-Bulkley modeli kayma hızına bağlı olarak incelen (pseudoplastic) veya kalınlaşan (dilatant) akışkanların modellenmesinde kullanılabilirken, Bingham plastiği modeli akma gerilmesi aşıldıktan sonra sabit bir plastik viskoziteye sahip olan akışkanları modellemede kullanılabilir.

2.3. Bingham Plastiği Viskozite Modeli

Denk. 2.6 ve 2.7’de Bingham plastik viskoz modeli verilmiştir. Bu modelde τ , τ_0 ve η_0 ; sırasıyla kayma gerilmesi, akma gerilmesi ve akma gerilmesi aşıldıktan sonra akışkanın sahip olduğu plastik viskozitedir.

$$\tau \geq \tau_0 \text{ ise; } \quad \tau = \tau_0 + \eta_0 \dot{\gamma} \quad (2.6)$$

$$\tau < \tau_0 \text{ ise; } \quad \dot{\gamma} = 0 \quad (2.7)$$

Bingham plastiği özelliğine sahip bir akışkan için görünür viskozite değeri denklem 2.8 ve 2.9’da gösterildiği gibi hesaplanır. Bu denklemlerde η görünür viskozite değeridir.

$$\tau = \eta \dot{\gamma} = \tau_0 + \eta_0 \dot{\gamma} \quad (2.8)$$

$$\eta = \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} + \eta_0 \quad (2.9)$$

2.4. Herschel-Bulkley Viskozite Modeli

Denk. 2.10 ve 2.11’de Herschel-Bulkley (HB) viskoz modeline uyan bir akışkanın kayma gerilme davranışı için kullanılan ifade verilmiştir. Bu modelde, akma gerilmesi aşıldıktan sonra akışkanın kayma gerilmesi kayma hızının üssel (n) fonksiyonu ve kararlılık indeksine, k , göre değişmektedir. HB akışkanı, n değerinin 1’den büyük olmasıyla uygulanan kayma hızı arttıkça incelen (*shear-thinning*) viskoz karaktere sahip olurken, n değerinin 1’den küçük olmasıyla kalınlaşan (*shear-thickening*) viskoz karaktere sahip olmaktadır.

$$\tau \geq \tau_0 \text{ ise; } \quad \tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \quad (2.10)$$

$$\tau < \tau_0 \text{ ise; } \quad \dot{\gamma} = 0 \quad (2.11)$$

Herschel-Bulkley modeli kullanılarak görünür viskozite değeri Denk. 2.12 ve 2.13’te gösterildiği gibi elde edilebilir.

$$\tau = \eta\dot{\gamma} = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \quad (2.12)$$

$$\eta = \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} + k|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (2.13)$$

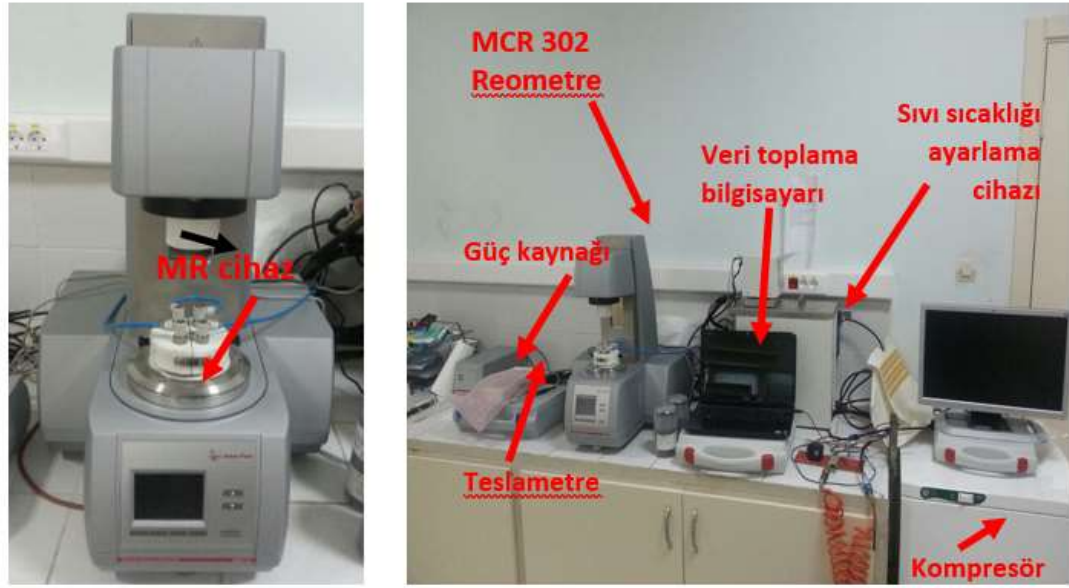
HB ve BP modelleri için geçerli olmak üzere, eğer akışkan partiküllerinin sahip olduğu kayma gerilmesi akma gerilmesinden düşükse ($\tau < \tau_0$) akışkan hareketi gerçekleşmeyeceğinden kayma hızı şiddeti sıfır olacaktır, $|\dot{\gamma}| \approx 0$. Bu durum diferansiyel ve analizde $\dot{\gamma} = 0$ olarak alınarak modellenirken nümerik modellemede sıfıra bölme hatasından kaçınmak ve yığın akış ile akışkan hareketinin olduğu bölgeler arasındaki süreksizlikleri önlemek adına regüle edilmiş (*regularized*) viskoz modelleri kullanılır [23].

Buna ek olarak, kayma hızının çok düşük olduğu akış bölgelerinde visko-elastik (*visco-elasticity*) etkileri de dikkate alarak akma gerilmesinin altında kalan akış alanlarında daha iyi modellemeler yapılabilir. Elastik şekil değişimi ifadesi katıların modellenmesinde karşımıza çıkan bir terimdir. Bu bölümde sıkça bahsedilen kayma hızı $\dot{\gamma}$ terimi aynı zamanda birim şekil değiştirme hızı olarak tanımlanarak akışkan hareketinin sürekli olarak deformasyon altında kaldığını belirtir ve matematiksel olarak modellenmesinde kullanılır. Katı mekaniğinde ise kayma gerilmelerinin modellenmesinde zamandan bağımsız birim şekil değiştirme γ kullanılır. V. Kumaran [24] akışkan partiküllerinin hem elastik hem de viskoz gerilmeler altında olduğunu belirterek viskoelastik kavramını açıklamıştır. Elastiklik katıların bir özelliği ve birim şekil değiştirme'nin γ bir fonksiyonudur. Kumaran, eğer bir katı partikülüne materyal akma gerilmesinin altında bir gerilme uygulanırsa, partikülün bu gerilmeye karşı belli bir miktar şekil değiştireceğini fakat sıvılar ise sürekli olarak deformasyon altında olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla, MR sıvı içerisindeki gerilmeler birim şekil değiştirme akma gerilmesinin aşıldığı bölgelerde kayma hızının $\dot{\gamma}$ bir fonksiyonu olmaktadır, akma gerilmesinin aşılmadığı bölgelerde ise birim kayma şekil değişiminin bir fonksiyonudur [24].

Kumaran [24] visko-elastik etkileri modellemek için kullanılan matematiksel modellemeleri sunmuştur. Bu modeller arasında Kelvin modeli, Maxwell modeli, Jeffrey modelleri bulunmaktadır. Parlak [17] ise Bouc-Wein modelini kullanarak MR damperin histerisiz davranışını modelleyebilmiştir.

2.5. Deneysel Viskozite Eğrileri

MR akışkanlar uygulanan manyetik alana anında tepki vererek viskozitesinde önemli değişiklikler meydana getirir. Bu tez kapsamında ele alınan MR-132DG akışkanının viskoz özellikleri Şekil 2.1.'te verilen Anton Paar MCR 302 reometre ile ölçülmüştür. Bu cihazda, iletken bobinin sarılı olduğu alt plaka, güç kaynağı sayesinde bir manyetik alan üretir. Böylece plakaya dik manyetik alan çizgileri homojen olarak elde edilir. Cihaz “*plate to plate*” olarak adlandırılan iki paralel disk arasında ölçümleri yapmaktadır.



Şekil 2.1. Viskoz karakteristik ölçümü için deney düzeneği

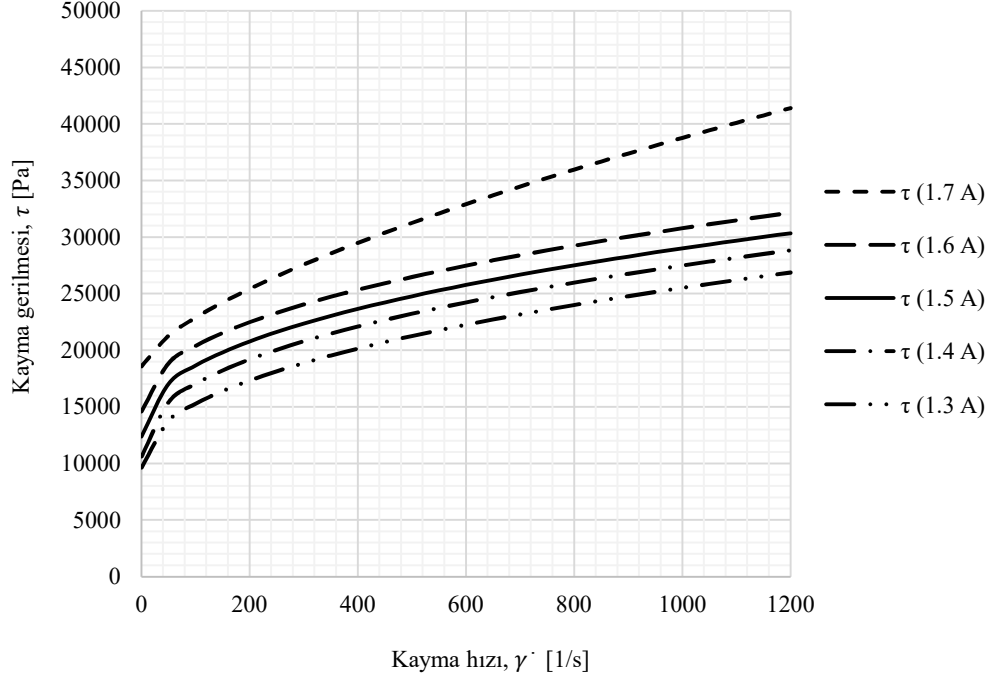
Bu test düzeneğindeki manyetik alan, manyetik alan şiddeti ve manyetik akı yoğunluğunu ölçmek için elde taşınabilir bir ölçüm cihazı olan Magnet-Physik Teslameter FH 54 kullanılmıştır. Ölçüm sistemine entegre edilen sıcaklık ayarlama cihazı ile sabit sıcaklık koşulları sağlanmıştır. MR akışkanın (MRF132-DG) reolojik davranışları, 20 °C sabit sıcaklıkta 1.3A ile 1.7A arasında uygulanan akımlar altında test düzeneği ile ölçülmüştür.

Tablo 2.1. MR132DG akışkanının viskoz özellikleri (HB)

I(A)	1.3 A	1.4 A	1.5 A	1.6 A	1.7 A
B (T)	0.224	0.241	0.259	0.273	0.291
τ_0 (Pa)	9634	10622	12385	14602	18589
k (Pa.s ⁿ)	712.66	926.66	889.95	741.34	195.34
n	0.44944	0.42015	0.4239	0.44643	0.6715
R^2	0.9916	0.98794	0.97566	0.97259	0.9913
σ	351	433.34	631.54	709.94	395.48

Şekil 2.1.'de verilen düzenek yardımıyla kayma hızı şiddeti ve kayma gerilmesi arasındaki ilişki regresyon analizi yapılarak Herschel-Bulkley modeline uydurulmuştur. Herschel-Bulkley (HB) modelindeki viskozite parametreleri Tablo 2.1.'deki gibi elde edilmiştir. Tablo 2.1., manyetik alan şiddeti B , akma gerilmesi τ_y , kararlılık indeksi k , kuvvet-yasası üssü n , korelasyon katsayısı (R^2) ve standart sapma

değerlerinden (σ) oluşmaktadır. Tablo 2.1.'deki veriler kullanılarak farklı akım değerlerindeki HB viskoz karakteristik eğrileri Şekil 2.2.'de çizdirilmiştir.



Şekil 2.2. MR-132DG akışkanı için farklı elektrik akımlarında Anton Paar MCR 302 cihazı ile elde edilmiş viskoz karakteristik eğrileri

2.6. Düzeltilmiş Herschel-Bulkley ve Bingham Plastiği Modelleri

Nümerik açıdan değerlendirildiğinde Herschel-Bulkley modeli kullanıldığında akma gerilmesinin aşıldığı bölgelerde her hesaplama adımında viskozite farklı değerler alacağından yakınsamaya olumsuz etkileri bulunabilir. Bingham plastiği modeli, akma öncesi (pre-yield) ve akma-sonrası (post-yield) bölgelerde sabit değerler aldığından nümerik yakınsama (convergence) açısından avantajlı durumdadır. Ancak; her iki viskoz modelin kullanımında kayma hızı şiddetinin sıfır olduğu yığın akışkan akışı bölgesinde ve akma öncesi ve akma sonrası arasında kalan geçiş bölgesinde (transition region) viskozitedeki süreksizlik nümerik çözümde ıraksamaya (divergence) neden olmaktadır. Bunun önlenmesi için birçok çalışmada rahatlatılmış viskozite denklemleri kullanılmaktadır [23].

Papanastosiou [25] BP akışkanı için Denk. 2.14 ile verilen kayma gerilmesi ifadesini önermiştir. Papanastosiou, bu denklemin akış alanı içerisinde hem akma gerilmesinin aşıldığı hem de aşılmadığı herhangi bir bölgede geçerli olduğunu belirtmiş ve basit deneyler yaparak bu yaklaşımını doğrulamıştır. Böylelikle nümerik analizde akışkanın akma gerilmesinin nerede aşılp aşılmadığı akış alanı boyunca kontrol edilmeksizin tek bir bağlayıcı denklem kullanılması yöntemin en önemli özelliğidir.

$$\eta_{BP-P} = \eta_p + \frac{\tau_0(1 - \exp(-m|\dot{\gamma}|))}{|\dot{\gamma}|} \quad (2.14)$$

Bu denklemde η_p plastik viskozite ve m regülasyon parametresidir. Literatürde Papanastosiou regülasyonunun HB akışkanlarına uygulandığı çalışmalara da rastlamak mümkündür. Moreno ve ark. [23] Papanastosiou regülasyonunu HB akışkanı için Denk. 2.15 ile verildiği gibi uygulamıştır.

$$\eta_{HB-P} = k|\dot{\gamma}|^{n-1} + \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|}(1 - e^{-m|\dot{\gamma}|}) \quad (2.15)$$

Moreno ve ark. [23], kayma şekil değiştirme hızı sıfıra yaklaştığında ($\dot{\gamma} \rightarrow 0$) viskozitenin n parametresine bağlı olduğunu belirtmiştir. Eğer $n > 1$ ise $\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta(\dot{\gamma}) = m\tau_0$, $n = 0$ ise $\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta(\dot{\gamma}) = \eta + m\tau_0$, ancak $n < 1$ ise $\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta(\dot{\gamma}) = \infty$ olmaktadır. Bu yüzden incelen akışkanlarda ($n < 1$) limitin sıfıra gittiği durum için viskozitenin kesme hatası yapılarak bir noktada kesilmesi gerekmektedir. Bunun yerine, Moreno ve ark.'nın da belirttiği gibi Souza-Mendez-Dutra [26] tarafından ortaya koyulan ve tüm n değerleri için geçerli $\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta(\dot{\gamma}) = m\tau_0$, ifadesi kullanılabilir.

Literatürde benzer başka regülasyonlarda bulunmaktadır. Örneğin Elsaady ve ark. [27] BP modeli için Tanjant-Hiperbolik fonksiyonu kullanarak Denk. 2.16 ile verilen regülasyonu önermiştir.

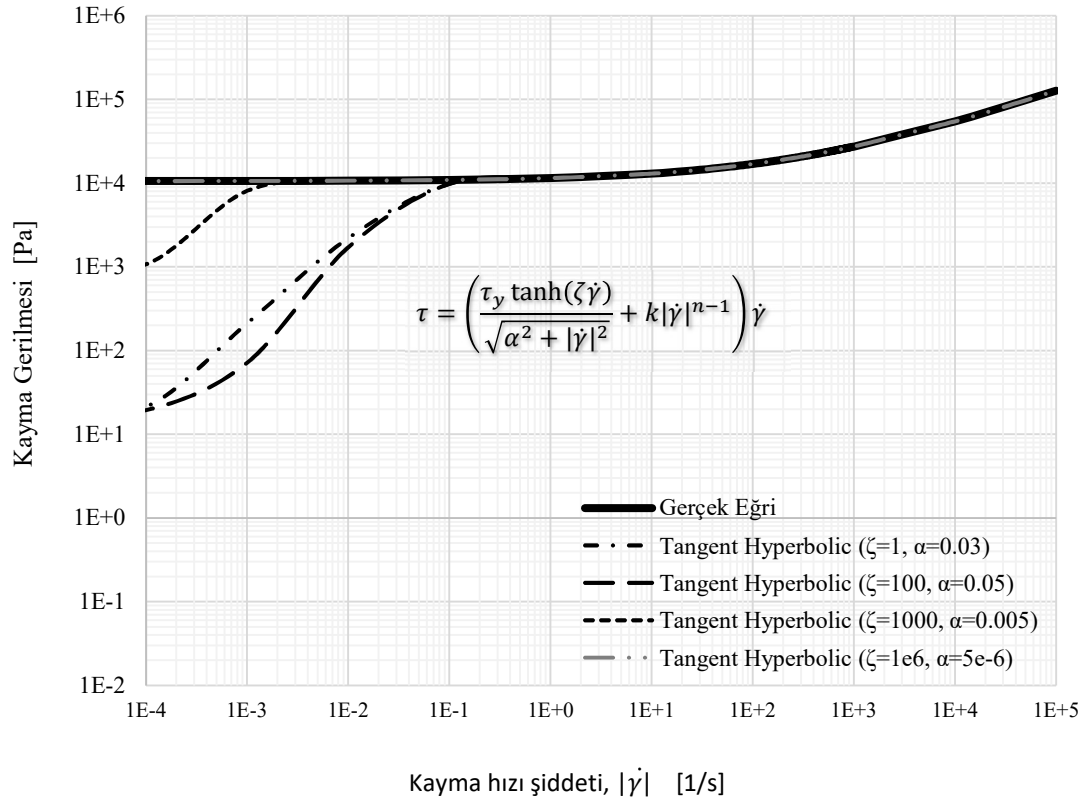
$$\eta_{BP-TH} = \frac{\tau_0 \tanh(\zeta|\dot{\gamma}|)}{\sqrt{\alpha^2 + |\dot{\gamma}|^2}} + \eta_0 \quad (2.16)$$

Elsaady ve ark. [27] önerilen bu denklemin Papanastosiou regülasyonuna göre akma öncesi-akma sonrası bölgeler arasında daha yumuşak bir geçiş yaptığını belirtmektedir. Bu sayede nümerik açıdan daha avantajlı olmaktadır.

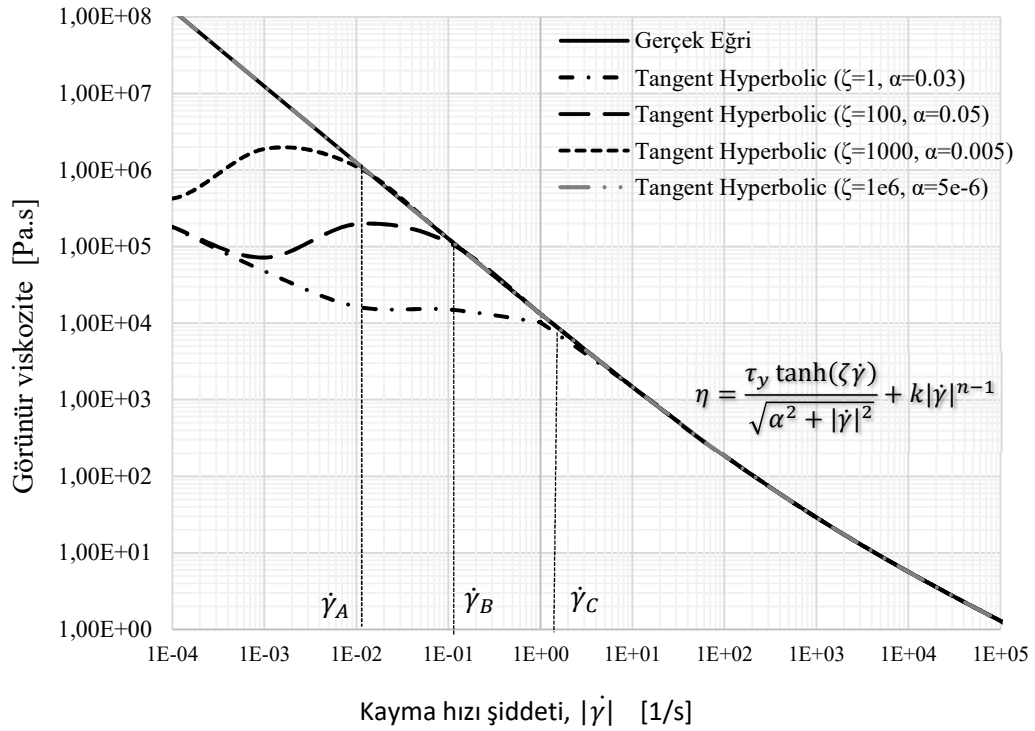
Benzer şekilde bu tez çalışması kapsamında HB akışkanının viskoz karakteristiği için özgün olarak Denk. 2.17'nin kullanılması önerilmiştir.

$$\eta_{HB-TH} = \frac{\tau_0 \tanh(\zeta|\dot{\gamma}|)}{\sqrt{\alpha^2 + |\dot{\gamma}|^2}} + k|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (2.17)$$

Denk. 2.16 ve 2.17'deki ζ ve α katsayıları viskozite düzeltme (regülasyon) katsayılarıdır. Elsaady ve ark. [27] bu katsayıları $\zeta = 1$ ve $\alpha = 0.03$ olarak almıştır. Farklı regülasyon katsayıları kullanılarak elde edilen $\tau - \dot{\gamma}$ ve $\eta - \dot{\gamma}$ eğrileri MR akışkanın sırasıyla Şekil 2.3. ve Şekil 2.4.'deki gibi elde edilmiştir.



Şekil 2.3. HB akışkanı için farklı regülasyon parametreleri ile elde edilen $\tau - \dot{\gamma}$ eğrisi, $I = 1.54$



Şekil 2.4. HB akışkanı için farklı regülasyon parametreleri ile elde edilen $\eta - \dot{\gamma}$ eğrisi, $I = 1.5A$

Düzeltilmiş viskozite modelleri, düşük kayma hızlarının olduğu bir akışkan akışında kayma gerilmelerinin hesaplanmasında dezavantaj sağlayabilmektedir. Şekil 2.4.'te $\dot{\gamma}_A$, $\dot{\gamma}_B$ ve $\dot{\gamma}_C$ farklı parametreler kullanımında elde edilen kritik noktalardır. Bu noktaların altında meydana gelen kayma hızlarında, görünür viskoziteler ve kayma gerilmeleri olması gereken değerden farklı hesaplanmış olacaktır. $\zeta = 10^6$ ve $\alpha = 5.10^{-6}$ parametreleri kullanılarak elde edilen viskoz karakteristik eğrisinin çizdirilen grafik aralığında oldukça uyumlu olduğu söylenebilir.

Nümerik analizlerde farklı regülasyon parametreleri kullanılarak analiz süresi ve kayma gerilmelerinin yeterli ölçüde doğru hesaplanabileceği en optimum kritik nokta belirlenmelidir. Buna göre, viskozite regülasyon parametrelerinin uygun bir seçimi yapılmalıdır. Örneğin, bu tez kapsamında dar bir kanaldaki düşük Reynolds sayılı sürünme akışkan akışı incelenmiştir. Sürünme akışkan akışı koşullarında kayma hızları oldukça düşük mertebede meydana gelmektedir. Bu nedenle, regülasyon parametreleri yeterli ölçüde seçilerek, düşük kayma hızlarındaki viskoz değerlerin

hem regüle edilmiş hem de asıl viskoz karakteristiğinde doğru olarak hesaplandığından emin olunmalıdır.



BÖLÜM 3. AKIŞ ANALİZİ ve BASINÇ DÜŞÜMÜ

Akışkan akışının analitik olarak modellenmesi çeşitli çalışmalarca yapılmıştır. Örneğin, Norman M. Wereley [28] paralel plakalar arasında HB akışkan akışını analitik olarak modelleyerek hız profili için ifadeler geliştirmiş ve MR damperin dinamik davranışını analitik yöntemlerle elde etmiştir.

Bu bölümde kütle, momentum ve transport denklemlerinin fiziksel anlamları tartışılarak paralel plakalar arasında gerçekleşen, Newton tipi, Bingham plastiği (BP), Power-Law (PL) ve Herschel-Bulkley (HB) viskoz modellerine uyan akışkan akışlarının belirlenen kabuller altında tam çözümü elde edilmiştir.

3.1. Süreklilik Denklemi

Süreklilik denklemi, bir kontrol hacminde kütle korunumundan elde edilerek yoğunluk için bir taşınım (transport) denklemi haline gelmektedir. Vektör formda verilen Denk. 3.1 süreklilik denklemi olarak adlandırılır.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (3.1)$$

Bu denklemde $\mathbf{U} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$ hız alanı ve $\nabla = \partial/\partial x \mathbf{i} + \partial/\partial y \mathbf{j} + \partial/\partial z \mathbf{k}$ gradyen operatörüdür. $\partial\rho/\partial t$ terimi kontrol hacmindeki akışkan yoğunluğun zamana bağlı değişimini ifade ederken $\nabla \cdot (\rho \mathbf{U})$ terimi kontrol hacmi sınırlarından birim alandan net giren ve çıkan kütleli debiyi veya net kütleli akıyı (mass flux) ifade etmektedir. Denk. 3.2 ise süreklilik denkleminin skaler formda ifade edilmiş biçimidir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

3.2. Transport Denklemi

Denk. 3.3 ile verilen transport denklemi, transport edilen bir ϕ akış özelliğinin kontrol hacmi boyunca korunumunu ifade eder. Bahsi geçen ϕ özelliği akış alanı boyunca taşınan herhangi bir skaler olabilir; örneğin $u, v, w, T, h, \rho \dots$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi \quad (3.3)$$

Transport denklemi; süreklilik, momentum ve enerji denklemleriyle aynı formda jenerik bir denklemdir. Öyle ki, $\phi=1$ ve $\Gamma = 0$ alınarak süreklilik denklemi; $\phi = \mathbf{U}$, $\Gamma = \eta$, ve $S_\phi = -\nabla P$ alınarak momentum denklemi; $\phi = T$ ve $\Gamma = k_{iletim}$ alınarak ise enerjinin korunumu denklemi elde etmek mümkün olmaktadır. Nicel büyüklüklerin taşınımını ifade eden transport denklemi ile yoğunluk, skaler hız alanı bileşenleri, sıcaklık vb. gibi özellikler akış alanı boyunca konveksiyon ve difüzyonla taşınmaktadır.

3.3. Momentum Denklemi

Denk. 19 ile verilen transport denkleminde $\phi = u$, $\phi = v$ ve $\phi = w$ ve $\Gamma = \eta$ yazılarak sırasıyla u -, v - ve w - momentum denklemleri elde edilebilirken aynı zamanda vektörel bir formda verilerek üç yönü de kapsayacak bir denklem olarak sunulabilir: Denk. 3.4.

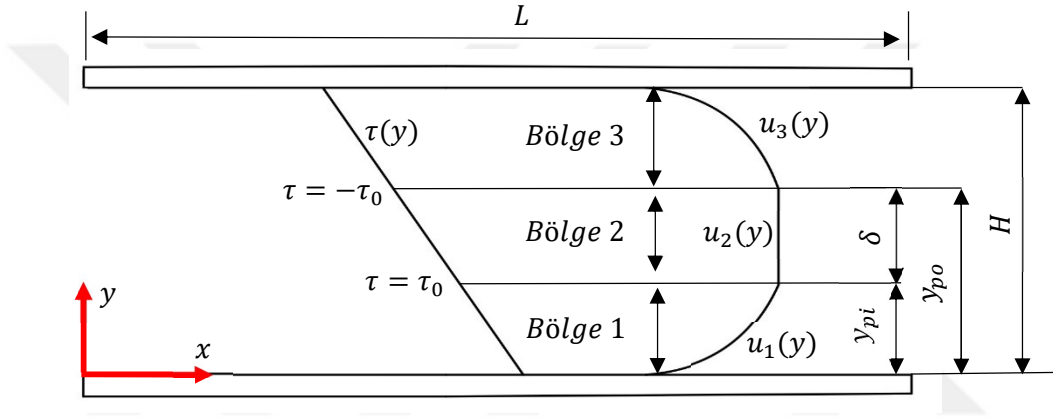
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}\mathbf{U}) = \nabla \cdot (\eta \nabla \mathbf{U}) + S_\phi \quad (3.4)$$

3.4. Paralel Levhalar Arasında MR Akışkan Akışının Diferansiyel Analizi

Tam gelişmiş MR akışkan akışının paralel levhalar arasında analitik modellenmesi

viskoz davranışın HB ve BP olması durumlarına göre yapılarak hız alanı $u(y)$ elde edilmiştir.

Analitik model Kartezyen koordinatlarda ve paralel plakalar arası akışkan akışı göz önüne alınarak yapılmıştır. Analizi yapılan manyetik alandan etkilenmiş dairesel halka şeklindeki alanın yüksekliği yarıçapa oranla küçük olduğu için bu yaklaşım çalışmaktadır. Literatürde bazı çalışmalar buna değinmiştir. Chooi ve Oyadiji [29] ve Gao ve ark. [30] paralel plaka ve dairesel halka yaklaşımlarını analitik ve HAD analizleri ile karşılaştırmalı olarak sunmuş ve benzer hız profilleri elde etmişlerdir.



Şekil 3.1. Paralel Levhalar Arası MR akışkan akışı

Şekil 3.1.'de paralel plakalar arasında gerçekleşen HB ya da BP akışkan akışına ait beklenen hız profili ve kayma gerilmesi profilleri gösterilmiştir. Şekilde görüleceği üzere akma gerilmesinin aşılamadığı bölgelerde hız gradyeni sıfıra yaklaşmaktadır, ($du/dy = 0$). Dolayısıyla, 2-Boyutlu, H genişliğinde ve L uzunluğundaki akış alanı içerisinde yığın akışkan akışı (*plug flow*) adı verilen δ kalınlığında ve sınırları y_{pi} ve y_{po} olan bir bölge meydana gelmektedir.

Paralel plakalar arasında gerçekleşen ve akma gerilmesine (τ_0) sahip MR akışkan akışında hız alanı üç bölgeden oluşmaktadır. Şekil 3.1.'de gösterilen birinci ve üçüncü bölgeler akma gerilmesinin aşıldığı ($\tau > \tau_0$) ve dolayısıyla hız gradyeninin sıfırdan farklı değerler aldığı bölgeyken, ikinci bölgede akma gerilmesi aşılmamış olup ($\tau < \tau_0$) hız gradyeni sıfıra eşittir. Bu bağlamda değerlendirildiğinde akış alanının analitik olarak modellenmesi aşağıdaki kabuller kapsamında yapılabilmektedir:

1. Akış, daimî ve sıkıştırılamaz karakterdedir,
2. Akış iki-boyutludur ve akış alanında dönme yoktur,
3. Akış $y = H/2$ etrafında simetriktir,
4. Üç bölgeden oluşan hız alanında akma gerilmesinin aşılmadığı ikinci bölgede hız gradyeni sıfır olarak kabul edilmiştir,
5. Akış düzgün laminar karaktere sahiptir,
6. Yer çekimi etkileri ihmal edilmiştir, $g = 0$,
7. Sabit basınç gradyeni.

Şekil 3.1.'de gösterilen yığın akışkan bölgesi sınırlarındaki kayma gerilmesi τ_0 değerine sahiptir. Giriş ve çıkış arasındaki basınç kaybından kaynaklanan kuvvet, viskoz gerilmelerle yüzeyler boyunca oluşan kuvvetlerin toplamına eşittir. Viskoz sürünme kuvvetleri ile basınç farkından bulunan kuvvetler eşitlendiğinde Denk. 3.5 elde edilebilir [28]. Bu denklemde $\Delta P = P_{\text{çıkış}} - P_{\text{giriş}}$ ifadesi negatif bir niceliktir.

$$\frac{d\tau}{dy} = \frac{\Delta P}{L} \quad (3.5)$$

Hız alanı Şekil 3.1.'de görüldüğü üzere üç farklı bölgeye ayrılarak analiz gerçekleştirilir.

Yığın akışkan akışının gerçekleştiği ikinci bölgenin analizi için Denk. 3.5 integre edilerek Denk. 3.6 elde edilir.

$$\tau = \frac{\Delta P}{L} y + C \quad (3.6)$$

Yığın akışkan akış bölgesi için sınır şartları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tau(y_{po}) = -\tau_0 \quad ve \quad \tau(y_{pi}) = \tau_0$$

Bu sınır şartları Denk. 3.6'ya uygulanırsa ikinci bölge için Denk. 3.7 ve 3.8 elde edilebilir.

$$\tau(y_{po}) = -\tau_0 \longrightarrow -\tau_0 = \frac{\Delta P}{L} y_{po} + C_1 \quad (3.7)$$

$$\tau(y_{pi}) = \tau_0 \longrightarrow \tau_0 = \frac{\Delta P}{L} y_{pi} + C_1 \quad (3.8)$$

Denk. 3.7 ve 3.8 taraf tarafa çıkarıldığında Denk. 3.9 ile verilen yığın akışkan bölgesi kalınlığı için bir ifade elde edilir.

$$(y_{po} - y_{pi}) = \delta = -\frac{2L\tau_0}{\Delta P} \quad (3.9)$$

Birinci ve üçüncü bölgeler için kayma gerilmesi denklemi farklı yazılmalıdır. Bunun nedeni viskozite bölümünde $|\dot{\gamma}| = |(du/dy)|$ olarak belirtilen kayma gerilmesi şiddeti değerinin pozitif bir değer olarak alınması gerekmesinden kaynaklanmalıdır. Aksi halde Denk. 2.13'teki power-law üssünün değerinden kaynaklı olarak matematiksel çözüm alınamaz. Dikkat edilirse du/dy ifadesi birinci bölge için pozitif, üçüncü bölge için ise negatif bir nicelik olmaktadır. Buna göre bu bölgeler için Denk. 3.10 ve 3.11 aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\text{Bölge 1:} \quad \tau_1(y) = \tau_0 + k \left(\frac{du_1}{dy} \right)^n \quad (3.10)$$

$$\text{Bölge 3:} \quad \tau_3(y) = -\tau_0 - k \left(-\frac{du_3}{dy} \right)^n \quad (3.11)$$

Birinci bölgenin analizi için Denk. 2.12 ve Denk. 3.10 birleştirilerek Denk. 3.12 ile verilen diferansiyel ifade elde edilir.

$$\frac{d}{dy} \left[\tau_0 + k \left(\frac{du_1}{dy} \right)^n \right] = \frac{\Delta P}{L} \quad (3.12)$$

Denk. 3.12 integre edilerek Denk. 3.13 elde edilir.

$$\tau_0 + k \left(\frac{du_1}{dy} \right)^n = \frac{\Delta P}{L} y + C_2 \quad (3.13)$$

Aranan hız alanı için hız gradyeni bu denklemden çekilerek Denk. 3.14 elde edilebilir.

$$\frac{du_1}{dy} = \left[\frac{\Delta P}{kL} y + \frac{C_2 - \tau_0}{k} \right]^{1/n} \quad (3.14)$$

Bu denklem integre edilerek Denk. 3.15 elde edilir.

$$u_1(y) = -\frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{-1} \left[\frac{\Delta P}{kL} y + \frac{C_2 - \tau_0}{k} \right]^{\frac{n+1}{n}} + C_3 \quad (3.15)$$

Elde edilen bu denklem hız profilinin birinci bölgedeki tam çözümü ifade etmektedir. Bu denkleme sınır şartları uygulanarak bu bölgelerdeki hız profili için özel çözümün elde edilmesi gerekmektedir. Birinci bölge için sınır şartları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\left. \frac{du_1}{dy} \right|_{y_{pi}} = 0 \quad \text{ve} \quad u_1(0) = 0$$

Birinci bölge için verilen sınır şartları uygulanarak bu hız profilinin, $y = 0$ ile hız gradyeninin sıfır olduğu y_{pi} noktası arasında geçerli olduğu empoze edilir. Sınır şartları uygulanarak;

$$\left. \frac{du_1}{dy} \right|_{y_{pi}} = \left[\frac{\Delta P}{kL} y_{pi} + \frac{C_2 - \tau_0}{k} \right]^{1/n} = 0 \longrightarrow \frac{C_2 - \tau_0}{k} = -\frac{\Delta P}{kL} y_{pi} \quad (3.16)$$

Bulunan ifade Denk. 3.15'te yerine yazılarak Denk. 3.17 elde edilir.

$$u_1(y) = -\frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} [(y_{pi} - y)]^{\frac{n+1}{n}} + C_3 \quad (3.17)$$

Bir diğer sınır şartı $u_1(0) = 0$ 'dır. Bu sınır şartı uygulanarak C_3 sabiti Denk. 3.18'deki gibi elde edilebilir.

$$C_3 = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} [(y_{pi})]^{\frac{n+1}{n}} \quad (3.18)$$

Böylece birinci bölgedeki hız profili için özel çözüm Denk. 3.19'daki gibi elde edilmiş olunur.

$$u_1(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[(y_{pi})^{\frac{n+1}{n}} - (y_{pi} - y)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (3.19)$$

Basit olarak y_{po} ve y_{pi} için Denk. 3.20-3.22 ile verilen çıkarımlar yapılabilir.

$$y_{po} - y_{pi} = \delta \quad \text{ve} \quad y_{po} + y_{pi} = H \quad (3.20)$$

$$y_{po} = \frac{H+\delta}{2} \quad (3.21) \quad \text{ve} \quad y_{pi} = \frac{H-\delta}{2} \quad (3.22)$$

Denk. 3.22, Denk. 3.19'da yerine yazılarak birinci bölge için Denk. 3.23 ile verilen hız alanı elde edilir.

$$u_1(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{H-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{H-\delta}{2} - y \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (3.23)$$

Üçüncü Bölgenin analizi birinci bölge analizine benzer şekilde aşağıdaki adımlar seyredilerek yapılır. Denk. 2.10 ve Denk. 3.11 birleştirilerek Denk. 3.24 ile verilen diferansiyel denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d}{dy} \left[-\tau_0 - k \left(-\frac{du_3}{dy} \right)^n \right] = \frac{\Delta P}{L} \quad (3.24)$$

Denk. 3.24 integre edilerek Denk. 3.25 elde edilir.

$$-\tau_0 - k \left(-\frac{du_3}{dy} \right)^n = \frac{\Delta P}{L} y + C_4 \quad (3.25)$$

Aranan hız alanı için hız gradyeni bu denklemden çekilerek Denk. 3.26 elde edilebilir.

$$\frac{du_3}{dy} = - \left[-\frac{\Delta P}{kL} y - \frac{C_4 + \tau_0}{k} \right]^{1/n} \quad (3.26)$$

Bu denklem integre edilerek Denk. 3.27 ile verilen tam çözüm elde edilir.

$$u_3(y) = -\frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{-1} \left[-\frac{\Delta P}{kL} y - \frac{C_4 + \tau_0}{k} \right]^{\frac{n+1}{n}} + C_5 \quad (3.27)$$

Elde edilen bu denklem hız profilinin üçüncü bölgedeki tam çözümünü ifade eder. Bu denkleme sınır şartları uygulanarak bu bölgelerdeki hız profili için özel çözüm elde edilir. Üçüncü bölge için sınır şartları aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\left. \frac{du_3}{dy} \right|_{y_{po}} = 0 \quad \text{ve} \quad u_3(H) = 0$$

Üçüncü bölge için, bu sınır şartları uygulanarak bu hız profilinin $y = H$ ile hız gradyeninin sıfır olduğu y_{po} noktası arasında geçerli olduğu empoze edilir. Böylelikle sabit terimler için Denk. 3.28 elde edilir.

$$\left. \frac{du_3}{dy} \right|_{y_{po}} = - \left[-\frac{\Delta P}{kL} y_{po} - \frac{C_4 + \tau_0}{k} \right]^{1/n} = 0 \rightarrow \frac{C_4 + \tau_0}{k} = -\frac{\Delta P}{kL} y_{po} \quad (3.28)$$

Bulunan ifade Denk. 3.27’de yerine yazılarak Denk. 3.29 elde edilir.

$$u_3(y) = -\frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} [(y - y_{po})]^{\frac{n+1}{n}} + C_5 \quad (3.29)$$

Bir diğer sınır şartı $u_3(H) = 0$ uygulanarak C_5 sabiti Denk. 3.30’daki gibi elde edilebilir.

$$C_5 = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} [(H - y_{po})]^{\frac{n+1}{n}} \quad (3.30)$$

Denk. 3.29 ve Denk. 3.30 birleştirilerek üçüncü bölgedeki hız profili için özel çözüm Denk. 3.31’deki gibi elde edilmiş olunur.

$$u_3(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[(H - y_{po})^{\frac{n+1}{n}} - (y - y_{po})^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (3.31)$$

Elde edilen bu denklemde y_{po} ifadesi yerine yazılarak nihai çözüm Denk. 3.32 ile elde edilir.

$$u_3(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{H - \delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(y - \frac{H + \delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (3.32)$$

Son olarak ikinci bölgenin hız profili $u_2 = u_1(y_{pi}) = u_3(y_{po})$ koşulundan elde edilebilir. Böylece yağın akış hızı Denk. 3.33 ile hesaplanabilir.

$$u_2(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{H - \delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \quad (3.33)$$

Bulunan hız alanı denklemleri özetle Denk. 3.34-3.36 ile verilmiştir.

$$u_1(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{H-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{H-\delta}{2} - y \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (0 < y < y_{pi}) \quad (3.34)$$

$$u_2(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{H-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \quad (y_{pi} < y < y_{po}) \quad (3.35)$$

$$u_3(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{\Delta P}{kL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{H-\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(y - \frac{H+\delta}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (y_{po} < y < H) \quad (3.36)$$

3.5. Reynolds Sayısı ve Basınç Düşümü

Reynolds sayısı, atalet kuvvetleri ile viskoz kuvvetler arasındaki ilişkiyi ifade eder. Hız alanında viskoz kuvvetler difüzyon ($\eta A_i / \Delta x_i$) şeklindeki kayma gerilmelerinden, atalet kuvvetleri ise konvektif taşınımından ($\rho u A_i$) kaynaklanır. Viskozitenin çok yüksek olduğu durumlarda difüzyon kuvvetleri atalet kuvvetlerine göre daha baskın hale gelir. Örnek olarak, HB karakterdeki bir MR akışkan akışında hız gradyanlarının çok düşük değerlerde olmasına neden olabilecek kadar yüksek görünür viskozite değerleri görülebilir. Bu özellik, akışkan parçacıklarının bağlı hareketini durdurabilecek ölçüde çok yüksek viskozite değerlerine sahip olduğu yığın akış bölgelerinin oluşmasına neden olur.

Akışkanın viskozitesi değişken olduğundan, paralel plakalar arasındaki Herschel-Bulkley akışını temsil etmek için genelleştirilmiş Reynolds sayısı kullanılmalıdır. Literatürde, paralel plakalar arası PL ve BP akışkan akışı için geliştirilmiş Reynolds sayıları bulunmaktadır. Bu çalışmalara dayanarak paralel plakalar arası HB akışkan akışı için Reynolds sayısı aşağıdaki gibi elde edilebilmektedir.

Madlener ve ark. [31] dairesel kesitli kanallardaki HB ve PL sıvıları için Denk. 3.37 ile verilen genelleştirilmiş Reynolds sayısını kullanmıştır.

$$\text{Re}_{\text{genPL}} = \frac{\rho \bar{u}^{(2-n)} D_H^n}{k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n 8^{n-1}} \quad (\text{Dairesel kesit}) \quad (3.37)$$

Paralel plakalar arası PL akışkan akışı için başka bir Reynolds sayısı Mendes ve ark.'nın [32] çalışmasında bulunur, Denk. 3.38.

$$\text{Re}_{\text{genPL}} = \frac{\rho \bar{u}^{(2-n)} D_H^n}{k \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n 8^{n-1}} \quad (\text{Dikdörtgen akış kesiti}) \quad (3.38)$$

Her iki çalışma PL akışkanları için bir Reynolds sayısı sunduğundan, bu iki çalışma arasında bir karşılaştırma yapılabilmektedir. Madlener ve arkadaşları [31] paralel plakalar arasındaki HB akışkan akışı için genelleştirilmiş Reynolds sayısı önerirken, Mendes ve arkadaşları [32] ise dairesel kesitli boru içinde akmakta olan akışkan akışı için genelleştirilmiş Reynolds sayısı sunmuştur. Denk. 59 ve 60 karşılaştırıldığında kesit alanının değişmesi power-law indeksinin (n) önündeki katsayıyı değiştirmekte olduğu görülmektedir: Bu katsayı Denk. 3.37'de 3 ve Denk. 3.38'de 2'dir.

Literatürde PL akışkanları için kesit alanını daha kapsamlı şekilde ele alan bir yaklaşım Rohsenow ve Hartnett [33] tarafından sunulmuştur. Rohsenow ve Hartnett bir boyutlu akışkan akışında plakalar arası akış, dikdörtgen kesitte akış ve dairesel kesitte akış için daha genel bir ifade olarak Denk. 3.39 ile verilen Reynolds sayısını önermiştir.

$$\text{Re}_{\text{genPL}} = \frac{\rho \bar{u}^{(2-n)} D_H^n}{k \left(\vartheta + \frac{\lambda}{n} \right)^n 8^{n-1}} \quad (3.39)$$

Bu denklemde ϑ ve λ katsayıları akış kesitinin geometrik özelliğine göre Tablo 2.2.'de verilmiştir. Tablo 2.2.'de w/H kesit alanının en/boy oranıdır. Örneğin sonsuz genişlikteki paralel plakalar için $w/H \cong 0$ olmaktadır. Dolayısıyla $\lambda = 0,5$ ve $\vartheta = 1$ olarak alınarak Denk. 3.38 ile Denk. 3.39'un aynı olduğu görülebilir. Benzer şekilde Rohsenow ve Hartnett, akış kesitinin dairesel olması durumunda $\lambda = 0,25$ ve $\vartheta =$

0,75 olarak alındığını belirtmektedir. Böylelikle de Denk. 3.37 ile Denk. 3.39 aynı gelmektedir.

Tablo 2.2. Geometrik katsayılar, Rohsenow ve Hartnett [33]

w/H	λ	ϑ	w/H	λ	ϑ
1.00	0.2121	0.6771	0.45	0.2538	0.7414
0.95	0.2123	0.6774	0.40	0.2659	0.7571
0.90	0.2129	0.6785	0.35	0.2809	0.7750
0.85	0.2139	0.6803	0.30	0.2991	0.7954
0.80	0.2155	0.6831	0.25	0.3212	0.8183
0.75	0.2178	0.6870	0.20	0.3475	0.8444
0.70	0.2208	0.6921	0.15	0.3781	0.8745
0.65	0.2248	0.6985	0.10	0.4132	0.9098
0.60	0.2297	0.7065	0.05	0.4535	0.9513
0.55	0.2360	0.7163	0.0	0.5000	1.0000
0.50	0.2439	0.7278			

Madlener ve ark. [31] dairesel kesitli bir boruda gerçekleşen BP, HB ve PL akışkan akışları için sırasıyla Denk. 3.40, 3.41 ve 3.42'yi önermiştir.

$$\text{Re}_{\text{genBP}} = \frac{\rho \bar{u} D_H}{\left(\frac{\tau_0}{8}\right) \left(\frac{D_H}{\bar{u}}\right) + \eta_\infty \left(\frac{3m+1}{4m}\right)}, \quad \left\{ m = \frac{\eta_\infty \left(\frac{8\bar{u}}{D_H}\right)}{\tau_0 + \eta_\infty \left(\frac{8\bar{u}}{D_H}\right)} \right\} \quad (3.40)$$

$$\text{Re}_{\text{genHB}} = \frac{\rho \bar{u}^{(2-n)} D_H^n}{\left(\frac{\tau_0}{8}\right) \left(\frac{D_H}{\bar{u}}\right)^n + k \left(\frac{3m+1}{4m}\right)^n 8^{n-1}}, \quad \left\{ m = \frac{nK \left(\frac{8\bar{u}}{D_H}\right)^n}{\tau_0 + K \left(\frac{8\bar{u}}{D_H}\right)^n} \right\} \quad (3.41)$$

$$\text{Re}_{\text{genPL}} = \frac{\rho \bar{u}^{2-n} D_H^n}{k \left(\frac{3m+1}{4m}\right)^n 8^{n-1}}, \quad \{m = n\} \quad (3.42)$$

Rohsenow ve Hartnett [33] ve Madlener ve ark. [31] önerdikleri Reynolds sayıları birlikte değerlendirildiğinde m katsayısının önündeki katsayının değeri akış kesitinin geometrik özelliğiyle ilgili olduğu görülmektedir. Bu tez çalışması kapsamında; yapılan nümerik çözümler sonucunda elde edilen basınç kaybı ile analitik olarak

elde edilen basınç kaybının uyumluluğundan dolayı HB viskoz modeli için Denk. 3.43 ile verilen Reynolds sayısının önerilerek kullanılması uygun görülmüştür.

$$\text{Re}_{\text{genHB}} = \frac{\rho \bar{u}^{(2-n)} D_H^n}{\left(\frac{\tau_0}{8}\right) \left(\frac{D_H}{\bar{u}}\right)^n + k \left(\vartheta + \frac{\lambda}{m}\right)^n 8^{n-1}}, \quad \left\{ m = \frac{nk \left(\frac{8\bar{u}}{D_H}\right)^n}{\tau_0 + k \left(\frac{8\bar{u}}{D_H}\right)^n} \right\} \quad (3.43)$$

Denk. 3.43'teki katsayılar paralel plaka yaklaşımı için $\lambda = 0.5$ ve $\vartheta = 1$ veya dairesel kesit söz konusu ise $\lambda = 0.25$ ve $\vartheta = 0.75$ olarak alınabilir. Bu denklemlde, $\tau_0 = 0$, $k = \eta$ ve $n = 1$ olarak alındığında Newton tipine; $k = \eta_0$ ve $n = 1$ olarak alındığında Bingham plastiği modeline ve $\tau_0 = 0$ olarak alındığında power-law modeline uyduğu görülebilmektedir [31].

Elde edilen Reynolds sayısı kullanılarak paralel plakalar arasında gerçekleşen laminar ve Newton tipi olmayan akışkan akışı için basınç kaybı Denk. 3.44 ile verilen Darcy-Weishbach eşitliği ile hesaplanmaktadır.

$$\Delta P = -f \frac{L}{D_H} \rho \frac{\bar{u}^2}{2} \quad (3.44)$$

Bu denklemde f Darcy sürtünme faktörüdür ve Denk. 3.45 ile hesaplanır.

$$f = \frac{64}{\text{Re}_{\text{genHB}}} \quad (3.45)$$

Basınç düşümü Denk. 3.43 ile verilen ve bu tez kapsamında türetilen Reynolds sayısı kullanılarak hesaplanmaktadır. Bölüm 6'da analizi yapılan geometri için farklı Re sayılarında elde edilen nümerik basınç düşümleri ile karşılaştırıldığında türetilen bu Re sayısının uyumlu sonuç verdiği Bölüm 6'da görülebilmektedir.

BÖLÜM 4. NÜMERİK AKIŞ ANALİZİ

Nümerik analiz, diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleme yöntemleriyle ayrıklaştırılarak doğrusal denklem sistemlerine dönüştürülmesiyle yapılır. Bu dönüştürme işlemi ısı transferi ve akışkanlar mekaniğinde Sonlu Fark Yöntemi (SFY veya Finite Difference Method: FDM) ve Sonlu Hacimler Yöntemi (SHY veya Finite Volume Method: FVM) kullanılarak yapılabilir. Doğrusal forma indirgenmiş bir denklem sistemi Denk. 4.1 ile tanımlanabilir [34].

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + \bar{S} \Delta V_u \quad (4.1)$$

SFY ve SHY yöntemlerini birbirinden ayıran en etkin fark korunumluluk özelliğidir. Korunumluluk; akış alanı boyunca ayrıklaştırılmış doğrusal denklem sisteminin birim kontrol hacmi sınırlarında hesaplanan ϕ özelliğinin akısının, tüm akış alanı boyunca korunuyor olmasından gelmektedir. Liu ve Wang [35] korunumluluk açısından SFY ve SHY'yi karşılaştırmıştır. Momentum denklemindeki konvektif terimin doğruluk, kararlılık ve SHY ile SFY'nin güvenilirliği *lid-driven cavity* probleminde farklı çözüm ağı sıklıklarına göre incelemiştir. Sonuç olarak akış alanında SFY ile alınan nümerik çözümde ciddi şekilde dalgalanmalar (*oscillations*) olurken SHY'nin korunumluluk özelliği sayesinde üstün özellik göstererek bu dalgalanmaların gözlenmediğini bildirilmişlerdir.

Korunumluluk özellikleri yanında, SHY ile ayrıklaştırılan denklemlerinin bağlılık (*boundedness*) ve taşınımlılık (*transportiveness*) özellikleri de bulunmaktadır. Taşınımlılık, katsayılar matrisinin köşegen dominant olması için gereklidir. Örneğin, kaynak terim içermeyen ve sınır sıcaklıkları 500°C ve 200°C olan bir sürekli ısı iletim probleminde, sıcaklığın tüm iç değerleri 500°C'den az ve 200°C'den büyük olmalıdır.

Bağıllık şartı ise katsayılar matrisindeki tüm terimlerin pozitif olmasıdır. Fiziksel olarak bunun anlamı; ϕ skalerinin bir hacim merkezindeki değerinin yükselişi, o hücreyi çevreleyen diğer değerlerin artışı ile sonuçlanacaktır [34].

Dolayısıyla, analizlerin SHY yöntemi kullanılarak yapılması genel olarak bu özellikleri ihtiva etmesinden ötürü avantajlıdır.

Newton tipi olmayan viskoz davranışa sahip bir akışkanın momentum denklemlerinin SHY ile nümerik modellenmesinde kayma gerilmeleri için Newton tipi olmayan kayma gerilmesi kullanılmaz. Bunun yerine, lokal olarak her konumda görünür viskozite (apparent viscosity) değeri hesaplanarak Newton tipi akışkanlar için kullanılan momentum denklemlerindeki viskozite değeri yerinde dahil edilir. Bu özellik SHY'ye özgü bir şeydir ve bu bölümde ayrıntılı olarak neden böyle olduğu görülmektedir. Literatürde SFY ile yapılan çalışmalarda ise ayrık denklem formlarında viskozitenin gradyenlerine rastlamak mümkündür. Tome ve ark. [36] sonlu elemanlar yöntemini kullanarak, momentum denklemlerindeki ikinci dereceden viskoz gerilme terimini çarpımın türevi şeklinde açmış ve doğrusal denklem sistemlerinde görünür viskozitenin gradyenlerini de elde etmiştir. SHY sınırlardan giren momentum akılarını hesaplaması sayesinde böyle bir işleme gerek duymaz. Bu yönüyle de SHY, SFY'ye göre avantajlı görülebilmektedir.

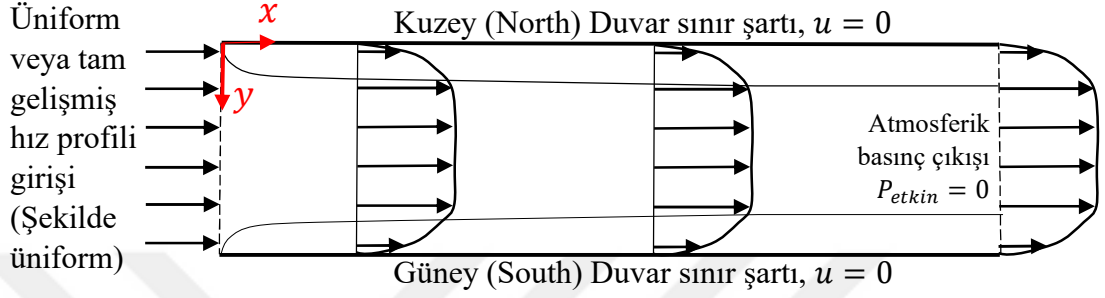
4.1. Eksen Takımının Belirlenmesi

Ayrık denklemler elde edilirken kontrol hacminin eksenlerinin ve pozitif eksen yönlerinin tanımlanması ayrıklaştırma şemalarında dikkate alındığından dolayı önemlidir.

Tez çalışmasında nümerik kodlar “MATLAB R2015 Academic” programında yazılarak çalıştırılmıştır. Dolayısıyla oluşturulan çözümleme matrisleri MATLAB'ın da kullandığı standart matris oluşturma şekline göre yazılmıştır. Bilindiği üzere matrislerin başlangıcı sol ve üst köşeden referans alınarak oluşturulmaktadır. Örneğin

$A = 3 \times 5$ boyutlarında bir matrisin (2,3) konumundaki eleman aşağıda “x” ile gösterilmiştir.

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} . & . & . & . & . \\ . & . & x & . & . \\ . & . & . & . & . \end{matrix} \end{matrix}$$



Şekil 4.2. İki boyutlu paralel plakalar arasında gerçekleşen akış alanı

Bundan dolayı nümerik ayrıklaştırma yapılırken eksen sistemi Şekil 4.2.’de gösterildiği gibi tanımlanmıştır. Böylece doğu ve güney yönleri pozitif, batı ve kuzey yönleri negatif tarafta kalmaktadır.

4.2. Transport Denkleminin Ayrıklaştırılması

Diferansiyel boyutlardaki bir akış hacminin sınırları boyunca skaler ϕ niceliğinin taşınımı Denk. 68 ile transport denklemi olarak tanımlanmıştır. Bu başlık altında transport denklemi genelleştirilmiş yukarı akım şemaları (*generalized upwind biased schemes*) tekniği ile SHY’ye göre sonlu küçük boyuttaki bir kontrol hacmi üzerinde ayrıklaştırılarak, momentum denklemlerinin ayrıklaştırılmasında (*discretize*) kullanılmıştır. Böylece hem TVD şemaları için hem de QUICK, UPWIND, CD, LUD ve UD şemaları için genelleştirilmiş ayrık form elde edilmiştir. Sonrasında basınç düzeltme denklemi süreklilik denkleminden türetilerek Patankar ve Spalding’in [37] 1970’li yıllarda ortaya koyduğu SIMPLE (*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations*) algoritması kullanılarak hız ve basınç alanları birbirine bağlanmıştır. Son aşama olarak akış alanı sınırlarına sınır koşulları (*Boundary conditions* ya da *BCs*) verilerek momentum ve basınç düzeltme denklemlerine empoze edilmiştir

Bu tez kapsamında modellenen akış alanı; iki boyutta ve dikdörtgensel bir bölge olduğundan yapılandırılmış çözüm ağı (*structured mesh*) kullanılarak u - ve v -momentum denklemlerinin ayrıklaştırılması geri adımlı kademeli (*backward staggered*) çözüm ağı tekniğine göre yapılmıştır. Böylece her bir skaler niceliğin (u , v , P) kendine ait özel çözüm ağı olacağından, bu durum göz önüne alınarak sınır koşullarının uygun matris konumlarına tanımlanması yapılmıştır.

SHY ile ayrıklaştırma işlemleri aşağıda verilen adımlar izlenerek gerçekleştirilir.

(Adım 1) Denk. 3.3 ile verilen transport denklemi sonlu boyutlardaki bir kontrol hacmi ve Δt zaman farkı boyunca integre edilerek Denk. 4.2 elde edilir.

$$\begin{aligned} \int_V \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \phi) dV \right) dt \\ = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_V S_\phi dV \right) dt \end{aligned} \quad (4.2)$$

Burada, zamana bağlı terimdeki hacim integralinin zaman integrali dışına alındığına dikkat edilmeli.

(Adım 2) Gauss *diverjans (divergence) teoremi* uygulanarak hacim integralleri yüzey integrallerine indirgenebilir. Bu teorem taşınan bir ϕ özelliğinin kontrol hacmindeki değişiminin, kontrol hacmi yüzeylerinden kontrol hacmine transfer olan net ϕ miktarı ile eşit olduğunu ileri sürer.

Diverjans teoremi kontrol hacmi içinde x -, y - ve z - yönleri boyunca türevlenebilen bir $\mathbf{G}$ vektörü için aşağıdaki gibi ifade edilir.

Diverjans Teoremi:
$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{G} dV = \int_A \mathbf{n} \cdot \mathbf{G} dA$$

Bu denklemde $\mathbf{n}$ yüzey normal vektörüdür. Diverjans teoremi Denk. 69'daki difüzyon ve konveksiyon terimlerine uygulanarak Denk. 4.3 elde edilebilir.

$$\begin{aligned}
& \int_V \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{U} \phi) dA \right) dt \\
& = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_V S_\phi dV \right) dt
\end{aligned} \quad (4.3)$$

Bu denklemi vektör formundan çıkartarak Denk. 4.3'teki gibi skaler formda yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
& \int_{\Delta V} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_w^e (\rho u \phi) dA_x \right) dt ... \\
& + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_n^s (\rho v \phi) dA_y \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_b^t (\rho w \phi) dA_z \right) dt \\
& = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_w^e \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dA_x \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_n^s \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dA_y \right) dt ... \\
& + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_b^t \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dA_z \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_{\Delta V} S_\phi dV \right) dt
\end{aligned} \quad (4.4)$$

Denk. 4.4; üç boyutlu yapılandırılmış çözüm ağı için kullanılabilir bir denklemdir. Bu denklemde e, w, n, s, t, b olarak verilen integral sınırları kontrol hacminin sırasıyla doğu, batı, kuzey, güney, üst ve alt yüzeyleridir. Tez kapsamında ele alınan akış alanı iki-boyutlu olmasından dolayı üst ve alt yüzeyler elenerek Denk. 4.5 yazılabilir.

$$\begin{aligned}
& \int_V \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_w^e (\rho u \phi) dA_x \right) dt ... \\
& + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_n^s (\rho v \phi) dA_y \right) dt \\
& = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_w^e \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dA_x \right) dt ... \\
& + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_n^s \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dA_y \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_V S_\phi dV \right) dt
\end{aligned} \quad (4.5)$$

(Adım 3) Yüzey ve hacim integralleri sayısal formda açılarak Denk. 4.6 elde edilir.

$$\begin{aligned}
 & \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dt \right) \Delta V + \int_t^{t+\Delta t} [(\rho u A)_e \phi_e - (\rho u A)_w \phi_w] dt ... \\
 & + \int_t^{t+\Delta t} [(\rho v A)_s \phi_s - (\rho v A)_n \phi_n] dt \\
 & = \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] dt ... \\
 & + \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} (\bar{S}_\phi \Delta V) dt
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Bu denklemde A_e, A_w, A_s ve A_n sırasıyla kontrol hacminin doğu, batı, güney ve kuzey yüzey alanlarıdır. $\Delta V = dx \cdot dy \cdot 1$ kontrol hacminin hacmidir.

(Adım 5) Kontrol hacmi sınırlarındaki difüzyon terimleri ikinci dereceden merkezi fark şemasına göre ayrıklaştırılır.

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \Gamma_e A_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x} = D_e (\phi_E - \phi_P) \tag{4.7}$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \Gamma_w A_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x} = D_w (\phi_P - \phi_W) \tag{4.8}$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \Gamma_n A_n \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y} = D_n (\phi_N - \phi_P) \tag{4.9}$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \Gamma_s A_s \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y} = D_s (\phi_P - \phi_S) \tag{4.10}$$

Denk. 4.7 - 4.10'da D_e, D_w, D_s, D_n ilgili yüzeydeki difüzyon katsayılarıdır. Benzer bir kısaltma konveksiyon terimleri için Denk. 4.11 - 4.14 ile yapılabilir. Konveksiyon terimleri CD, UD, LUD ve QUICK gibi farklı akış şemaları ile ayrıklaştırılacağından ayrıklaştırma işlemi momentum denkleminin ayrıklaştırılmasında yapılacaktır.

$$(\rho u A)_e = F_e \quad (4.11)$$

$$(\rho u A)_w = F_w \quad (4.12)$$

$$(\rho v A)_n = F_n \quad (4.13)$$

$$(\rho v A)_s = F_s \quad (4.14)$$

Difüzyon ve konveksiyon ifadeleri Denk. 4.6'da yerine yazılarak Denk. 4.15 elde edilebilir.

$$\begin{aligned} & \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dt \right) \Delta V + \int_t^{t+\Delta t} [F_e \phi_e - F_w \phi_w] dt + \int_t^{t+\Delta t} [F_s \phi_s - F_n \phi_n] dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} [D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W)] dt \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} [D_s (\phi_P - \phi_S) - D_n (\phi_N - \phi_P)] dt + \int_t^{t+\Delta t} (\bar{S}_\phi \Delta V) dt \quad (4.15) \end{aligned}$$

(Adım 6) Zaman integralleri alınırken integral dışına çıkan ϕ skalerinin değeri bir önceki zaman adımında hesaplanan ile mevcut zaman adımında hesaplanan değerlerin ağırlıklı zaman ortalaması ile bulunabilir. Ağırlıklı zaman ortalaması alınırken θ gibi bir sabit kullanılarak ϕ skaleri integral dışına, Denk. 4.16'da gösterildiği üzere çıkarılabilir.

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_P dt = [\theta \phi_P + (1 - \theta) \phi_P^0] \Delta t \quad (4.16)$$

Bu denklemde ϕ_P^0 bir önceki zaman adımında hesaplanan değer, ϕ_P mevcut zaman adımında hesaplanan değer ve θ ise 0 ile 1 arasında alınabilecek bir ağırlık parametresidir. θ 'nın bazı değerleri için çözülen denklem sistemi özel isimler almaktadır. $\theta = 0$ olarak alınırsa bu denklemdeki tüm skalerler bir önceki zaman adımında elde edilmiş değerler olacağından açık (*explicit*) çözüm; $\theta = 1$ olarak yapılan çözümlemelerde ise tüm skalerler hesaplanan zaman adımına ait olduğundan

kapalı (*implicit*) çözüm ve $\theta = 1/2$ olarak alındığında ise önceki ve hesaplanan zaman adımındaki değerleri kullanan Crank-Nicolson çözümü elde edilir.

Versteeg [34] kapalı çözümün açık çözüme göre yakınsama açısından daha üstün olduğunu kitabının sekizinci bölümünde örnek problemler ile göstermiştir. Bundan dolayı bu tez kapsamında kapalı çözüm tercih edilmiştir. Denk. 4.17 kapalı çözüme göre ayrıklaştırılarak denklem 85 elde edilir.

$$\begin{aligned} \rho(\phi_P - \phi_P^0)\Delta V + [F_e\phi_e - F_w\phi_w]\Delta t + [F_s\phi_s - F_n\phi_n]\Delta t \\ = [D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W)]\Delta t \\ + [D_s(\phi_P - \phi_S) - D_n(\phi_N - \phi_P)]\Delta t + \bar{S}_\phi\Delta V\Delta t \end{aligned} \quad (4.17)$$

Denk. Δt ile bölünerek Denk. 4.18 ile transport denkleminin daimi olmayan durumlar için ayrıklaştırma işlemi tamamlanır.

$$\begin{aligned} \frac{\rho(\phi_P - \phi_P^0)\Delta V}{\Delta t} + [F_e\phi_e - F_w\phi_w] + [F_s\phi_s - F_n\phi_n] \\ = [D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W)] \\ + [D_s(\phi_P - \phi_S) - D_n(\phi_N - \phi_P)] + \bar{S}_\phi\Delta V \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.3. Upwind Şemalarına Göre Genelleştirilmiş Ayrıklaştırma

Upwind (Yukarıakım) şemaları ortak bir değişken kullanılarak ifade edilebilmektedir. Böylece QUICK, UD, LUD, CD ve TVD şemaları için jenerik bir form oluşmaktadır.

Kontrol hacminde x - ve y - eksenleri yönünde pozitif ve negatif yönde gerçekleşmekte olan akışkan akışı için ayrık denklemler elde edilir. Böylece iteratif çözümleme esnasında negatif yönde hesaplanabilecek hız değerleri çözümü ıraksatmayacaktır. Bu başlık altında hem pozitif hem negatif yönler dikkate alınarak en nihayetinde jenerik bir ayrık form elde edilecektir.

Kontrol hacmindeki x - ve y - eksenlerinde pozitif yönde gerçekleşmekte olan akış yönü ele alınsın. Böyle bir akışta sırasıyla QUICK, UD, LUD, CD ile kontrol hacminin doğu yüzündeki skalerin değeri hesaplatılmak istenildiğinde sırasıyla Denk. 4.19-4.2 kullanılır [34].

$$\text{QUICK} \quad \phi_e = \phi_P + \frac{1}{8}(3\phi_E - 2\phi_P - \phi_W) \quad (4.19)$$

$$\text{Upwind (UD)} \quad \phi_e = \phi_P \quad (4.20)$$

$$\text{Lineer Upwind (LUD)} \quad \phi_e = \phi_P + \frac{1}{2}(\phi_P - \phi_W) \quad (4.21)$$

$$\text{Central Differencing (CD)} \quad \phi_e = \phi_P + \frac{1}{2}(\phi_E - \phi_P) \quad (4.22)$$

Verilen bu denklemler Denk. 4.23 ile verilen genel bir forma uyar. Böylece genelleştirilmiş yukarıakım şemalarına göre ayrıklaştırma işlemi bu format kullanılarak yapılabilir.

$$\phi_e = \phi_P + \frac{1}{2}\psi(\phi_E - \phi_P) \quad (4.23)$$

Denk. 4.23'teki $(\phi_E - \phi_P)$ ifadesi kontrol hacminin doğu yüzünü x - eksenini bazında çevreleyen ve aynı zamanda Denklem 4.22'de verilen merkezi fark (CD) şemasında da kullanılan farktır.

Burada ψ değeri Sweeby'nin yakınsama şartlarına tabi tutulur ve TVD (Total Variation Diminishing) şemalarının tanımında akı limitleyici (*flux limiter*) olarak yukarıakım yönündeki gradyenin aşağıakım yönündeki gradyene oranının bir fonksiyonu olarak tanımlanır. Denk. 4.24 akı limitleyici fonksiyonu tanımlar.

$$\psi = \psi(r) \quad (4.24)$$

Denk. 4.19 - 4.23 irdelenirse akı limitleyici fonksiyonun yukarıakım yönündeki gradyenin aşağıakım yönündeki gradyene oranının (r) bir fonksiyonu olduğu sonucuna varılır. r en genel haliyle Denk. 4.24 ile verilebilir.

$$r_{yüz} = \frac{\phi_U - \phi_{UU}}{\phi_D - \phi_U} \quad (4.24)$$

Bu denklemde, ϕ_U yukarı akım (*upwind*) yönündeki skaler, ϕ_{UU} iki yukarıakım yönündeki skaler, ϕ_D ise aşağıakım (*downwind*) yönündeki skalerdir [38]. Denk. 4.24 hem pozitif hem negatif yönde gerçekleşen akış durumunda da geçerlidir. Buna göre, doğru yüzeyi için pozitif veya negatif akış yönü olması durumunda sırasıyla Denk. 4.25 ve Denk. 4.26 ile yazılabilir.

$$\text{Pozitif akış yönü} \quad r_e^+ = \frac{\phi_P - \phi_W}{\phi_E - \phi_P} \quad (4.25)$$

$$\text{Negatif akış yönü} \quad r_e^- = \frac{\phi_E - \phi_{EE}}{\phi_P - \phi_E} \quad (4.26)$$

Denk. 4.19 – 4.22 ile verilen denklemler $(\phi_E - \phi_P)$ ile bölünerek sırasıyla QUICK, UD, LUD, CD şemaları için ψ 'nin r cinsinden, Denk. 4.27 – 4.30 ile verilebilir. TVD şemaları için ise Van Leer ve Super Bee TVD fonksiyonları referans [34] 'te bulunabilir.

$$\text{QUICK} \quad : \quad \psi(r) = (3 + r)/4 \quad (4.27)$$

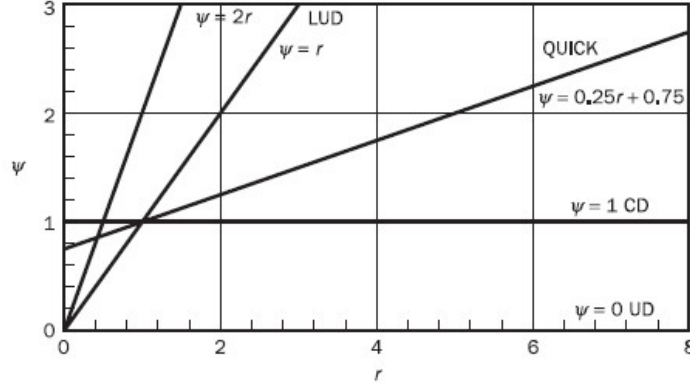
$$\text{UD} \quad : \quad \psi(r) = 0 \quad (4.28)$$

$$\text{LUD} \quad : \quad \psi(r) = r \quad (4.29)$$

$$\text{CD} \quad : \quad \psi(r) = 1 \quad (4.30)$$

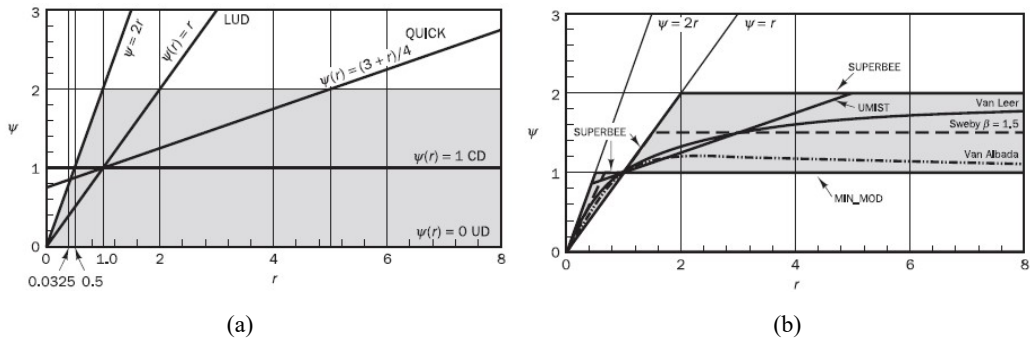
Denk. 4.27 – 4.30 ile verilen akı limitleyici fonksiyonlar kontrol hacmindeki negatif ve pozitif akış olma durumlarını r değerini kullanarak dikkate alır. Dolayısıyla bu denklemler hem negatif hem de pozitif yönde akışın gerçekleşmesi durumunda

geçerlidir. Şekil 4.2.'de geleneksel akış şemalarında ψ değerlerinin r 'ye göre olan değişimleri gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Geleneksel akış şemalarında ψ fonksiyonunun r ile değişimi [34]

TVD şartlarına uyan şemalar TCD şeması olarak adlandırılarak nümerik çözümün yakınsamasını garanti ederler. Bir şemanın TVD olabilmesi için Sweeby şartlarını sağlaması gerekmektedir. Şekil 4.3.'te TVD şemalarının davranışı için Sweeby koşullarını sağlayan akı limitleyici fonksiyonlar çizdirilmiştir. Koyu renkli bölgede kalan şemalar TVD'dir. TVD (*Total Variation Diminishing*); toplam varyasyon azaltan anlamına gelen ve çözümün yakınsayacağını garantileyen ve Sweeby'nin şartlarını sağlayan şemaları belirtir [34].



Şekil 4.3. a) TVD şemalarında ψ fonksiyonunun r ile değişimi, b) ikinci dereceden TVD şemaları bölgesi [34]

Denk. 4.25 ve 4.26'da kontrol hacminin doğru yüzeyinden olan pozitif ve negatif yönde akış olması durumunda skalerin değeri için bir ifade elde edilmişti. Diğer yönler için de benzer ifadeler geliştirilerek Denk. 4.18'de yerine yazılır ve Denk. 4.31 elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho(\phi_P - \phi_P^0)\Delta V}{\Delta t} + \left[\alpha_e F_e \left(\phi_P + \frac{1}{2} \psi_e^+(\phi_E - \phi_P) \right) - \alpha_w F_w \left(\phi_W + \frac{1}{2} \psi_w^+(\phi_P - \phi_W) \right) \right] \\
& + \left[(1 - \alpha_e) F_e \left(\phi_E + \frac{1}{2} \psi_e^-(\phi_P - \phi_E) \right) \right. \\
& \left. - (1 - \alpha_w) F_w \left(\phi_P + \frac{1}{2} \psi_w^-(\phi_W - \phi_P) \right) \right] \\
& + \left[\alpha_s F_s \left(\phi_P + \frac{1}{2} \psi_s^+(\phi_S - \phi_P) \right) - \alpha_n F_n \left(\phi_N + \frac{1}{2} \psi_n^+(\phi_P - \phi_N) \right) \right] \\
& + \left[(1 - \alpha_s) F_s \left(\phi_S + \frac{1}{2} \psi_s^-(\phi_P - \phi_S) \right) - (1 - \alpha_n) F_n \left(\phi_P \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{2} \psi_n^-(\phi_N - \phi_P) \right) \right] \\
& = [D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W)] \\
& + [D_s(\phi_P - \phi_S) - D_n(\phi_N - \phi_P)] + \bar{S}_\phi \Delta V
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Denk. 4.31'de $\alpha_e, \alpha_w, \alpha_s$ ve α_n terimleri sırasıyla doğu, batı, kuzey ve güney yönlerindeki konvektif akış yönünün pozitif veya negatif olma durumuna göre *Deferred Correction* kaynak terimini belirleyen katsayılarıdır. Bu katsayıların değeri 1 olduğunda pozitif yönde akışı belirtirken 0 olduğunda negatif yönde akışı belirtir. Bu yüzden her bir kontrol hacmindeki akış yönünün, konveksiyon terimleri kullanılarak aşağıdaki ifadeler ile belirlenmesi gerekir [34].

Pozitif Yön:

$$\begin{aligned}
F_w > 0 \text{ için } \alpha_w &= 1 \text{ ve } F_e > 0 \text{ için } \alpha_e = 1 \\
F_s > 0 \text{ için } \alpha_s &= 1 \text{ ve } F_n > 0 \text{ için } \alpha_n = 1
\end{aligned}$$

Negatif Yön:

$$\begin{aligned}
F_w < 0 \text{ için } \alpha_w &= 0 \text{ ve } F_e < 0 \text{ için } \alpha_e = 0 \\
F_s < 0 \text{ için } \alpha_s &= 0 \text{ ve } F_n < 0 \text{ için } \alpha_n = 0
\end{aligned}$$

Denk. 4.1 ile verilen doğrusal form Denk. 4.32 ile verilen açık formda yazılabilir. Doğru, batı, kuzey ve güney yönlerindeki katsayılar TVD şartını sağlayan UD'ye göre elde edilerek geriye kalan ψ fonksiyonuna sahip terimler ise *Deferred Correction* adı verilen kaynak terim içerisinde atılır [34].

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_S \phi_S + a_N \phi_N + S_\phi^{DC} + \bar{S} \Delta V_\phi \quad (4.32)$$

Deferred correction kaynak teriminin içindeki değerlerin hesaplanması bir önceki iterasyon adımıyla elde edilen skaler değerleri kullanılarak yapılır [34]. Her ne kadar *Deferred Correction* terimlerinin her momentum bileşeni için aynı iterasyon adımı içerisinde dahil edilmek istenmesi matematiksel olarak doğru gelse de bu durumun nümerik analiz süresini oldukça uzattığı görülmüştür.

Denk. 4.31'in içindeki katsayılar UD'ye göre ayrıştırılarak Denk. 4.33 - 4.37 ile verilmiştir. *Deferred Correction* terimi ise Denk. 4.38 ile verilmiştir.

$$a_W = D_W + \max(F_W, 0) \quad (4.33)$$

$$a_E = D_e + \max(-F_e, 0) \quad (4.34)$$

$$a_S = D_s + \max(-F_s, 0) \quad (4.35)$$

$$a_N = D_n + \max(F_n, 0) \quad (4.36)$$

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N + (F_e - F_W) + (F_s - F_n) \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} S_\phi^{DC} = & \frac{1}{2} F_e [(1 - \alpha_e) \psi_e^- - \alpha_e \psi_e^+] (\phi_E - \phi_P) \\ & + \frac{1}{2} F_W [\alpha_W \psi_W^+ - (1 - \alpha_W) \psi_W^-] (\phi_P - \phi_W) \\ & + \frac{1}{2} F_s [(1 - \alpha_s) \psi_s^- - \alpha_s \psi_s^+] (\phi_S - \phi_P) \\ & + \frac{1}{2} F_n [\alpha_n \psi_n^+ - (1 - \alpha_n) \psi_n^-] (\phi_P - \phi_N) \end{aligned} \quad (4.38)$$

Denk. 4.38 sınır şartlarına uygulanırken sınırlardaki momentum akısı göz önüne alınır. Örneğin iki paralel levha arası ele alındığında plakaların bulunduğu kuzey ve güney kontrol hacmi sınırlarında kütleli akı olmayacağından, sırasıyla kuzey ve güney konveksiyon terimleri sıfır değerini aldığına dikkat edilmelidir.

4.4. Kademeli Çözüm Ağı (Staggered Grid)

Momentum denklemi diferansiyel formda Denk. 3.4 ile tanımlanmıştı. İki boyutlu bir kontrol hacmi için u - ve v - momentum denklemleri ise sırasıyla Denk. 4.39 ve 4.40 ile verilebilir.

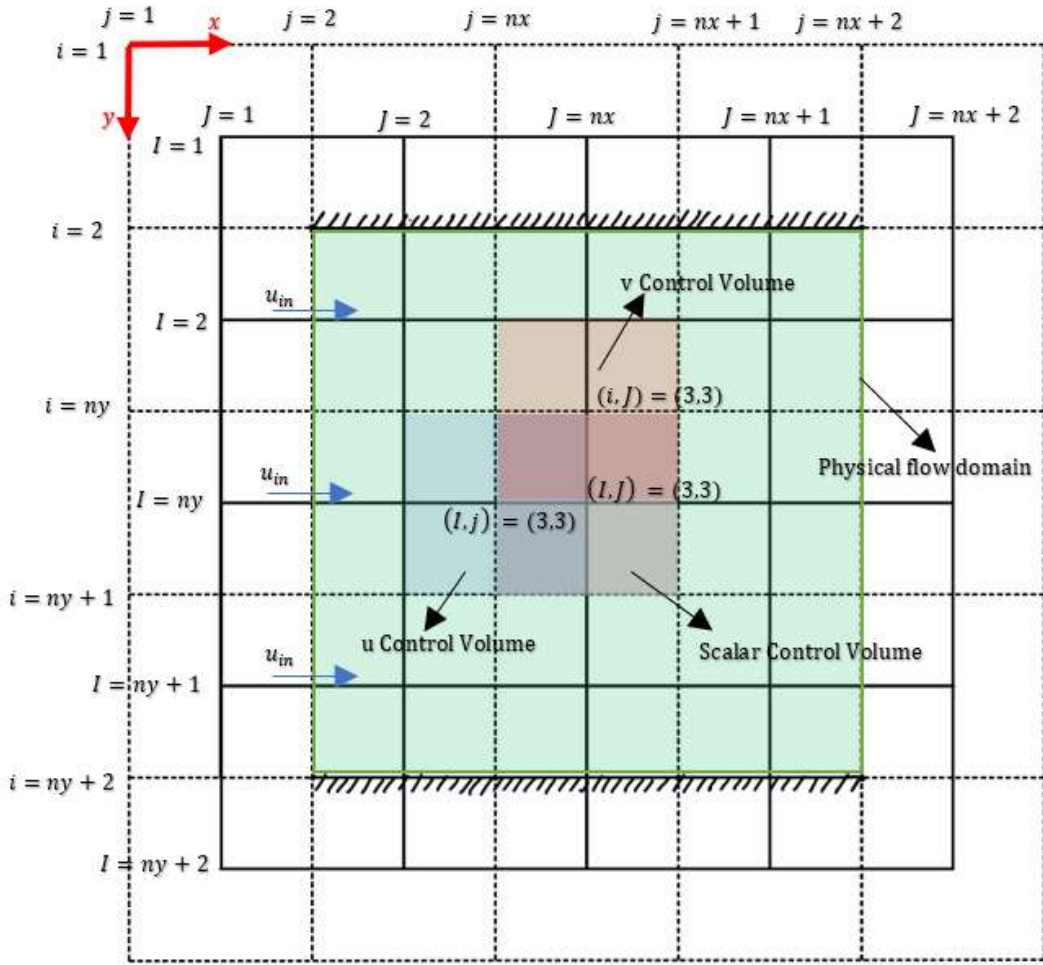
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \nabla \cdot (\rho U u) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nabla \cdot (\eta \nabla u) \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \nabla \cdot (\rho U v) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \nabla \cdot (\eta \nabla v) \quad (4.40)$$

Bu denklemlerin ayrıştırılması kademeli ağ (*staggered grid*) tekniğine göre yapılacağı daha önce belirtilmişti. Bu teknikte her yöndeki hız bileşeni her ki momentum denklemi de çözülerek, çözüm ağı farklı kontrol hacimleri kullanılır. İki boyutlu bir akış alanı için u - momentum, v - momentum ve skaler (basınç) kontrol hacmi olmak üzere toplam 3 adet birbirine bağlı kontrol hacmi vardır.

Her kontrol hacmi için çözüm ağı yapısının doğru biçimde tanımlanması gerekmektedir. Şekil 4.4.'te bir akış alanının kontrol hacimlerine nasıl ayrıldığı gösterilmektedir. Burada; (I, J) skaler ya da basınç kontrol hacminin merkez koordinatlarını, (I, j) u - kontrol hacminin merkez koordinatlarını ve (i, J) ise v - kontrol hacminin merkez koordinatlarını ve rmektedir. Dikkat edilirse geriye doğru kademeli çözüm ağı (*backward staggered*) uygulanmıştır.

Şekil 4.4.'te, fiziksel akış alanı yeşil renk ile gösterilmiş olup, gri renkli kontrol hacmi basınç skalerinin, kırmızı kontrol hacmi u - hız skalerinin ve mavi kontrol hacmi ise v - hız skalerinin depolandığı kontrol hacim merkezleridir. Skaler kontrol hacmi basınç, sıcaklık, yoğunluk, viskozite gibi değerlerin depolandığı kontrol hacmiyken; u - ve v - hızlarına ait kontrol hacimleri sırasıyla sadece u - ve v - hızlarını depolamak için kullanılmaktadır.



Şekil 4.4. 2-boyutlu bir akış alanının geri adımlı kademeli çözüm ağı ile yapılandırılmış (*structured*) ayrıklaştırılması

Yakınsayan bir çözüm alınması isteniyorsa akış alanının sınır koşulları tanımlanırken ekseriyetle dikkatli olunmalıdır. Örneğin, u - kontrol hacmi için $(I, j) = (2: ny + 1, 2)$ konumu Batı (W) yönünden olan giriş sınır koşulunun tanımlanacağı yer iken, $(I, j) = (2: ny + 1, nx + 2)$ Doğu (E) yönündeki çıkış sınır koşulunun tanımlanacağı yerdir. Dolayısıyla $j = 1$ konumu atıl -hayalet- noktalar kümesini oluşturmaktayken $j = nx + 2$ konumunda hesaplanan hız değerleri depolanmaktadır. Çıkışta tam gelişmiş hız profili tanımlanmak için ise $u(2: ny + 1, nx + 2) = u(2: ny + 1, nx + 1)$ olarak verilebilir. $I = 2$ ve $I = ny + 1$ düşey konuma sahip u - kontrol hacimlerinde sırasıyla kuzey (n) ve güney (s) yüzlerinden akışkan konveksiyonu duvar sınır koşulundan ötürü olmayacağından bu yönlerdeki konveksiyon terimlerinin sıfır olduğuna emin olunmalıdır.

Benzer şekilde v - kontrol hacmi için uygun sınır koşulları tanımlanır. $i = 1$ konumundaki v - kontrol hacimleri hayalet noktalar kümesinden oluşur. $(i, j) = (2: ny + 2, 2)$ konumundaki v - kontrol hacimlerinin batı (w) yüzeyinde v - hızı için giriş sınır koşulu tanımlanır. Dolayısıyla bu yöndeki difüzyon terimlerinde modifikasyon yapılması gerekir. Benzer şekilde $(i, j) = (2: ny + 2, nx + 1)$ konumundaki kontrol hacimlerinin doğu (e) yüzleri çıkış sınır koşulunun tanımlanacağı yer olduğundan bu noktadaki difüzyon terimleri düzeltilmelidir. $(i, j) = (2, 2: nx + 1)$ ve $(i, j) = (ny + 2, 2: nx + 1)$ konumlarında sırasıyla kuzey (N) ve güney(S) fiziksel sınırların üzerinde bulunan v -kontrol hacmi merkezlerinde duvar sınır koşulundan dolayı v - hızları sıfır olmalıdır. Burada geçen iki nokta işareti $a: b = [a, (a + 1), (a + 2), (a + 3), \dots, b]$ anlamını taşımaktadır.

4.5. u - Kontrol Hacminde u - Skalerinin Transportu

Denk. 4.39 ile verilen u - momentum denklemi Δt ve ΔV boyunca u - kontrol hacmi üzerinde integre edilerek Denk. 4.41 elde edilir.

$$\begin{aligned} \int_V \int_t \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dt dV + \int_t \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} u) dV dt \\ = \int_t \int_V \nabla \cdot (\mu \nabla u) - \int_t \int_V \frac{\partial P}{\partial x} dV dt \end{aligned} \quad (4.41)$$

Denk. 4.41'in transport denkleminin formatında olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu denklem ayrıklaştırıldığında Denk. 4.42 ile verilen ayrık formda u - momentum denklemini elde etmek mümkündür. (Bkz. Denk. 4.18)

$$\begin{aligned} \frac{\rho(u_p^* - u_p^0)\Delta V}{\Delta t} + [F_e u_e^* - F_w u_w^*] + [F_n u_n^* - F_s u_s^*] \\ = [D_e(u_e^* - u_p^*) - D_w(u_p^* - u_w^*)] \dots \\ + [D_n(u_n^* - u_p^*) - D_s(u_p^* - u_s^*)] - \frac{\delta P}{\delta x} \Delta V \end{aligned} \quad (4.42)$$

Bu denklemde asteriks üst işaretine (*) sahip skaler hız terimleri bir zaman adımı boyunca kapalı (implicit) ve iteratif olarak çözülürken yakınsatılan terimlerdir. Sıfır

(0) üst işaretine sahip terimler ise bir önceki zaman adımında elde edilmiş terimlerdir. Hiçbir üs işaretine sahip olmayan hız bileşenleri bir önceki iterasyon adımına aittir ve konveksiyon ve difüzyon katsayılarının hesaplanmasında kullanılır.

Difüzyon katsayıları:

$$D_e = \frac{\eta_e A_e}{\delta_x} = \frac{\eta_{I,J}(y_{i+1} - y_i)}{x_{J+1} - x_J} \quad (4.43)$$

$$D_w = \frac{\eta_w A_w}{\delta_x} = \frac{\eta_{I,J-1}(y_{i+1} - y_i)}{x_J - x_{J-1}} \quad (4.44)$$

$$D_n = \frac{\eta_{n,ortalama} A_n}{\delta_y} = \frac{(\eta_{I,J} + \eta_{I,J-1} + \eta_{I-1,J} + \eta_{I-1,J-1})(x_J - x_{J-1})}{4(y_I - y_{I-1})} \quad (4.45)$$

$$D_s = \frac{\eta_{s,ortalama} A_s}{\delta_y} = \frac{(\eta_{I,J} + \eta_{I,J-1} + \eta_{I+1,J} + \eta_{I+1,J-1})(x_J - x_{J-1})}{4(y_{I+1} - y_I)} \quad (4.46)$$

Kontrol hacmi yüzlerindeki difüzyon katsayıları hesaplanırken skaler kontrol hacminde depolanan viskozite terimlerinin ortalamalarının alındığına dikkat edilmelidir. u - kontrol hacminin kuzey ve güney yüzlerinde skaler değer olan görünür viskoziteler, $\eta_{I,J}$, depolanmadığından, bu yüzleri çevreleyen komşu değerlerin ortalaması alınmıştır. Nümerik olarak bu yaklaşım doğrudur ve viskoz terimlerin bu şekilde bulunması çeşitli çalışmalarca kullanılmıştır, Bkz. [36].

Konveksiyon Katsayıları Denk. 4.47 - 4.50 ile bulunur. (Bkz. Denk. 4.11 – 4.14):

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho u)_e A_e = \frac{F_{I,J} + F_{I,J+1}}{2} (y_{i+1} - y_i) \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J-1}}{2} \right) u_{I,J} + \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J+1}}{2} \right) u_{I,J+1} \right] \dots \\ &\quad * (y_{i+1} - y_i) \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned}
F_w &= (\rho u)_w A_w = \frac{F_{I,j-1} + F_{I,j}}{2} (y_{i+1} - y_i) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,j-1} + \rho_{I,j-2}}{2} \right) u_{I,j-1} + \left(\frac{\rho_{I,j} + \rho_{I,j-1}}{2} \right) u_{i-1,j} \right] \dots \\
&\quad * (y_{i+1} - y_i)
\end{aligned} \tag{4.48}$$

$$\begin{aligned}
F_n &= (\rho v)_n A_n = \frac{F_{i,j-1} + F_{i,j}}{2} (x_j - x_{j-1}) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I-1,j-1} + \rho_{I,j-1}}{2} \right) v_{i,j-1} + \left(\frac{\rho_{I-1,j} + \rho_{I,j}}{2} \right) v_{i,j} \right] \dots \\
&\quad * (x_j - x_{j-1})
\end{aligned} \tag{4.49}$$

$$\begin{aligned}
F_s &= (\rho v)_s A_s = \frac{F_{i+1,j-1} + F_{i+1,j}}{2} (x_j - x_{j-1}) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,j-1} + \rho_{I+1,j-1}}{2} \right) v_{i+1,j-1} + \left(\frac{\rho_{I,j} + \rho_{I+1,j}}{2} \right) v_{i+1,j} \right] \dots \\
&\quad * (x_j - x_{j-1})
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Denk. 4.43 – 4.50 ile verilen denklemlerdeki konveksiyon ve difüzyon katsayıları bir önceki iterasyondaki veriler kullanılarak belirlenir. Bu adımda, Denk. 113'te aranan kontrol hacmi yüzlerindeki hız skalerlerinin genelleştirilmiş yukarıakım (*Generalised Upwind*) şemalarına göre ayrıklaştırılması Denk. 4.51 – 4.59 ile yapılır.

Doğrusal denklem sistemi açık formda Denk. 4.51 ve 4.52 ile verilebilir:

$$a_P u_{I,j} = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} - (P_{I,j} - P_{I,j-1}) A_{I,j} + S_u^{DC} + \bar{S} \Delta V_u \tag{4.51}$$

$$\begin{aligned}
a_P u_{I,j} &= a_E u_{I,j+1} + a_W u_{I,j-1} + a_S u_{I+1,j} + a_N u_{I-1,j} \\
&\quad - (P_{I,j} - P_{I,j-1}) A_{I,j} + S_u^{DC} + \bar{S} \Delta V_u
\end{aligned} \tag{4.52}$$

Kontrol hacmi yüzlerindeki katsayılar (UD şemasına göre, Bkz. Denk. 4.33 – 4.36):

$$a_W = D_w + \max(F_w, 0) \tag{4.53}$$

$$a_E = D_e + \max(-F_e, 0) \tag{4.54}$$

$$a_S = D_S + \max(-F_S, 0) \quad (4.55)$$

$$a_N = D_n + \max(F_n, 0) \quad (4.56)$$

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N + (F_e - F_w) + (F_s - F_n) \quad (4.57)$$

Deferred Correction kaynak terimi bir önceki iterasyon adımında elde edilen hız alanı kullanılarak Denk. 4.58'deki gibi hesaplanabilir. Denk. 4.59, kontrol hacminde ek kaynak terimlerin olmadığını belirtir.

$$\begin{aligned} S_u^{DC} = & \frac{1}{2} F_e [(1 - \alpha_e) \psi_e^- - \alpha_e \psi_e^+] (u_E - u_P) \\ & + \frac{1}{2} F_w [\alpha_w \psi_w^+ - (1 - \alpha_w) \psi_w^-] (u_P - u_W) \\ & + \frac{1}{2} F_s [(1 - \alpha_s) \psi_s^- - \alpha_s \psi_s^+] (u_S - u_P) \\ & + \frac{1}{2} F_n [\alpha_n \psi_n^+ - (1 - \alpha_n) \psi_n^-] (u_P - u_N) \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\bar{S} \Delta V_u = 0 \quad (4.59)$$

4.6. v - Kontrol Hacminde v - Skalerinin Transportu

Transport denkleminin ayrıklaştırılmasından yola çıkılarak u - momentum denkleminin ayrıklaştırılmasında kullanılan adımlar v - momentum denklemini için de uygulanır. Denk. 4.40 ile verilen transport denklemi v - skalerinin v - kontrol hacmi üzerinde transportunu ifade eder, bu denklem Δt ve ΔV boyunca integre edilerek Denk. 4.60 elde edilir.

$$\begin{aligned} \int_V \int_t \frac{\partial}{\partial t} (\rho v) dt dV + \int_t \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} v) dV dt \\ = \int_t \int_V \nabla \cdot (\mu \nabla v) - \int_t \int_V \frac{\partial P}{\partial x} dV dt \end{aligned} \quad (4.60)$$

v - momentum denklemini ayrıklaştırılarak Denk. 4.61 elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{\rho(v_p^* - v_p^0)\Delta V}{\Delta t} &+ [F_e v_e^* - F_w v_w^*] + [F_n v_n^* - F_s v_s^*] \\
&= [D_e(v_E^* - v_P^*) - D_w(v_P^* - v_W^*)] \\
&+ [D_n(v_N^* - v_P^*) - D_s(v_P^* - v_S^*)] - \frac{\delta P}{\delta y} \Delta V
\end{aligned} \tag{4.61}$$

Difüzyon katsayıları:

$$D_e = \frac{\eta_{e,ortalama} A_e}{\delta_x} = \frac{(\eta_{I,J} + \eta_{I,J+1} + \eta_{I-1,J} + \eta_{I-1,J+1})(y_I - y_{I-1})}{4(x_{J+1} - x_J)} \tag{4.62}$$

$$D_w = \frac{\eta_w A_w}{\delta_x} = \frac{(\eta_{I,J} + \eta_{I,J-1} + \eta_{I-1,J} + \eta_{I-1,J-1})(y_I - y_{I-1})}{4(x_J - x_{J-1})} \tag{4.63}$$

$$D_n = \frac{\eta_n A_n}{\delta_y} = \frac{\eta_{I-1,J}(x_{J+1} - x_J)}{y_i - y_{i-1}} \tag{4.64}$$

$$D_s = \frac{\eta_s A_s}{\delta_y} = \frac{\eta_{I,J}(x_{J+1} - x_J)}{y_{i+1} - y_i} \tag{4.65}$$

Konveksiyon katsayıları:

$$\begin{aligned}
F_e = (\rho u)_e A_e &= \frac{F_{I,J+1} + F_{I-1,J+1}}{2} (y_I - y_{I-1}) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J+1}}{2} \right) u_{I,J+1} + \left(\frac{\rho_{I-1,J} + \rho_{I-1,J+1}}{2} \right) u_{I-1,J+1} \right] \dots \\
&* (y_I - y_{I-1})
\end{aligned} \tag{4.66}$$

$$\begin{aligned}
F_w = (\rho u)_w A_w &= \frac{F_{I,J} + F_{I-1,J}}{2} (y_I - y_{I-1}) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J-1}}{2} \right) u_{I,J} + \left(\frac{\rho_{I-1,J} + \rho_{I-1,J-1}}{2} \right) u_{I-1,J} \right] \dots \\
&* (y_I - y_{I-1})
\end{aligned} \tag{4.67}$$

$$\begin{aligned}
F_n = (\rho v)_n A_n &= \frac{F_{i,J} + F_{i-1,J}}{2} (x_{J+1} - x_J) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I-1,J}}{2} \right) v_{i,J} + \left(\frac{\rho_{I-1,J} + \rho_{I-2,J}}{2} \right) v_{i-1,J} \right] \dots \\
&* (x_{J+1} - x_J)
\end{aligned} \tag{4.68}$$

$$\begin{aligned}
F_s &= (\rho v)_s A_s = \frac{F_{i,j} + F_{i+1,j}}{2} (x_{j+1} - x_j) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{i,j} + \rho_{i-1,j}}{2} \right) v_{i,j} + \left(\frac{\rho_{i,j} + \rho_{i+1,j}}{2} \right) v_{i+1,j} \right] \dots \\
&\quad * (x_{j+1} - x_j)
\end{aligned} \tag{4.69}$$

Doğrusal denklem sistemi:

$$a_P v_{i,j} = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} - (P_{i,j} - P_{i-1,j}) A_{i,j} + S_v^{DC} + \bar{S} \Delta V_v \tag{4.70}$$

$$\begin{aligned}
a_P v_{i,j} &= a_E v_{i,j+1} + a_W v_{i,j-1} + a_S v_{i+1,j} + a_N v_{i-1,j} \dots \\
&\quad - (P_{i,j} - P_{i-1,j}) A_{i,j} + S_v^{DC} + \bar{S} \Delta V_v
\end{aligned} \tag{4.71}$$

Katsayılar:

$$a_W = D_w + \max(F_w, 0) \tag{4.72}$$

$$a_E = D_e + \max(-F_e, 0) \tag{4.73}$$

$$a_S = D_s + \max(-F_s, 0) \tag{4.74}$$

$$a_N = D_n + \max(F_n, 0) \tag{4.75}$$

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N + (F_e - F_w) + (F_s - F_n) \tag{4.76}$$

$$\begin{aligned}
S_v^{DC} &= \frac{1}{2} F_e [(1 - \alpha_e) \psi_e^- - \alpha_e \psi_e^+] (v_E - v_P) \\
&\quad + \frac{1}{2} F_w [\alpha_w \psi_w^+ - (1 - \alpha_w) \psi_w^-] (v_P - v_W) \\
&\quad + \frac{1}{2} F_s [(1 - \alpha_s) \psi_s^- - \alpha_s \psi_s^+] (v_S - v_P) \\
&\quad + \frac{1}{2} F_n [\alpha_n \psi_n^+ - (1 - \alpha_n) \psi_n^-] (v_P - v_N)
\end{aligned} \tag{4.77}$$

$$\bar{S} \Delta V_v = 0 \tag{4.78}$$

4.7. SIMPLE Algoritması

Momentum denkleminin hesaplanabilmesi için hız alanı ve basınç alanlarının birlikte çözülmesi gerekmektedir. Dolayısıyla basınç ve hız alanlarını birleştirerek bir yöntem ihtiyacı vardır. 1972 yılında Patankar ve Spalding [39] tarafından önerilen SIMPLE (*Semi Implicit Pressure Linked Equations*) algoritması ile basınç ve hız alanı birbirine bağlanarak nümerik çözümleme yapılabilmektedir.

Bu algoritma basınç ve hız alanları için öncelikli olarak tahmini değerleri kullanarak bir sonraki değerleri hesaplar ve bu işlem iterasyonlarca devam ettirilerek momentum denkleminin süreklilik denklemini sağlayacak şekilde yakınsaması sağlanır.

Bir akışkan partikülü üzerine etki eden net kayma ve normal gerilmeler momentum akısındaki değişime eşit olmaktadır. Böylece, momentum denklemleri herhangi bir akışkan partikülü üzerindeki kuvvet eşitliğini ifade etmektedir. Ancak, akışkan partikülü üzerinde korunan bir diğer nicelik ise süreklilik denklemi ile ifade edilen kütle korunumudur. Bu bağlamda SIMPLE algoritması süreklilik denkleminde yola çıkarak basınç için bir düzeltme (*Pressure correction*) denklemi elde eder. Hız alanı ve basınç alanı için düzeltmeler elde edildikten sonra gerçek değerler veya bir sonraki iterasyon için tahmini değerler, Denk. 4.77 - 4.79 ile ifade edildiği gibi hesaplanır.

$$P = P^* + P' \quad (4.77)$$

$$u = u^* + u' \quad (4.78)$$

$$v = v^* + v' \quad (4.79)$$

Bu denklemlerde (*) üssüne sahip olan terimler tahmin edilen değerler, apostrof (') işaretine sahip terimler ise düzeltme değerleridir. Hiçbir üsse sahip olmayan terimler ise gerçek değerlerdir veya bir sonraki iterasyon adımında momentum denklemlerindeki katsayıları hesaplamada kullanılacak değerlerdir.

SIMPLE algoritması ile çözüme başlanırken basınç ve hız alanları için tahmini değerler kullanılarak bu değerler için çözüm aranır. u^* , v^* ve P^* değerleri sırasıyla u -hız alanı, v -hız alanı ve P basınç alanı için tahmini ilk değerlerdir. Tahmini değerlerin momentum denklemini sağlaması gerekmektedir. Böylece u^* - ve v^* - momentum denklemleri Denk. 4.80 ve 4.81'deki gibi jenerik bir formatta verilebilir.

$$a_{I,j}u_{I,j}^* = \sum_{nb} a_{nb}u_{nb}^* - (P_{I,J}^* - P_{I,J-1}^*)A_{I,j} \quad (4.80)$$

$$a_{i,J}v_{i,J}^* = \sum_{nb} a_{nb}v_{nb}^* - (P_{I,J}^* - P_{I-1,J}^*)A_{i,J} \quad (4.81)$$

Bu iki denklem çözdürülerek elde edilen u^* ve v^* hız alanları ile sırasıyla u hız alanı (Denk. 4.51) ve v hız alanı (Denk. 4.70) arasındaki farklar alınarak düzeltme değerleri için Denk. 4.82 ve 4.83 ile verilen bir denklem sistemi elde edilir.

$$a_{I,j}(u_{I,j} - u_{I,j}^*) = \sum_{nb} a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) \dots \quad (4.82)$$

$$-[(P_{I,J} - P_{I,J}^*) - (P_{I,J-1} - P_{I,J-1}^*)]A_{I,j}$$

$$a_{i,J}(v_{i,J} - v_{i,J}^*) = \sum_{nb} a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) \dots \quad (4.83)$$

$$-[(P_{I,J} - P_{I,J}^*) - (P_{I-1,J} - P_{I-1,J}^*)]A_{i,J}$$

Bu denklemler kullanılarak hız alanı için düzeltme denklem sistemi Denk. 4.84 ve 4.85 ile ifade edilir.

$$a_{I,j}u'_{I,j} = \sum_{nb} a_{nb}u'_{nb} - (P'_{I,J} - P'_{I,J-1})A_{I,j} \quad (4.84)$$

$$a_{i,J}v'_{i,J} = \sum_{nb} a_{nb}v'_{nb} - (P'_{I,J} - P'_{I-1,J})A_{i,J} \quad (4.85)$$

SIMPLE algoritması hız alanlarının yeni değerlerini hesaplarken komşu değerleri (nb) ihmal eder. SIMPLE-Revised veya SIMPLE-Consistent gibi algoritmalar komşu hücreleri de hesaba dahil ederek çözüm almayı hedeflerken, SIMPLE algoritması en nihayetinde hesaplanan düzeltmelerin sıfır olacağını varsayarak, daha hızlı bir hesaplama için kontrol hacmini çevreleyen komşu hücreleri hesaba dahil etmez.

SIMPLE algoritmasına göre $\sum_{nb} a_{nb} u'_{nb}$ ve $\sum_{nb} a_{nb} v'_{nb}$ terimleri göz ardı edilerek u' ve v' hız alanı düzeltmeleri Denk. 4.86 ve 4.87 ile hesaplanır.

$$u'_{l,j} = -\frac{A_{l,j}}{a_{i,j}}(P'_{l,j} - P'_{l,j-1}) \quad (4.86)$$

$$v'_{i,j} = -\frac{A_{l,j}}{a_{i,j}}(P'_{l,j} - P'_{l-1,j}) \quad (4.87)$$

Elde edilen bu denklemler Denk. 4.77 - 4.78 ile birleştirilerek Denk. 4.88 ve 4.89 elde edilir.

$$u_{l,j} = u^*_{l,j} - \frac{A_{l,j}}{a_{l,j}}(P'_{l,j} - P'_{l,j-1}) = u^*_{l,j} - d_{l,j}(P'_{l,j} - P'_{l,j-1}) \quad (4.88)$$

$$v_{i,j} = v^*_{i,j} - \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}}(P'_{l,j} - P'_{l-1,j}) = v^*_{i,j} - d_{i,j}(P'_{l,j} - P'_{l-1,j}) \quad (4.89)$$

Dikkat edilirse Denk. 4.88 ve 4.89 ile hesaplanan hız değerleri skaler kontrol hacmine kuzey ve batı yüzeylerinden giren akışkan hızlarını belirtmektedir. Benzer şekilde skaler kontrol hacminden güney ve doğu yüzeylerinden çıkan akışkan hızları için düzeltme denklemleri Denk. 4.90 ve 4.91 ile elde edilebilir.

$$u_{l,j+1} = u^*_{l,j+1} - \frac{A_{l,j+1}}{a_{l,j+1}}(P'_{l,j+1} - P'_{l,j}) = u^*_{l,j+1} - d_{l,j+1}(P'_{l,j+1} - P'_{l,j}) \quad (4.90)$$

$$v_{i+1,j} = v^*_{i+1,j} - \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}}(P'_{l+1,j} - P'_{l,j}) = v^*_{i+1,j} - d_{i+1,j}(P'_{l+1,j} - P'_{l,j}) \quad (4.91)$$

Buradan hareketle, skaler kontrol hacmi için süreklilik denklemi uygulanarak basınç alanı için düzeltme denklem sistemi elde edilir. Denk. 3.1 ile verilen süreklilik denklemi, skaler kontrol hacmi sınırlarından giren ve çıkan kütleli debiler cinsinden iki boyutlu bir kontrol hacmi için yazılarak Denk. 4.92 ile ifade edilebilir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (4.92)$$

Bu denklem nümerik olarak Denk. 4.93 ile skaler kontrol hacmi için yazılabilir.

$$\frac{(\rho_{I,J} - \rho_{I,J}^0)\Delta V}{\Delta t} + [(\rho u A)_{I,J+1} - (\rho u A)_{I,J}] + [(\rho v A)_{I+1,J} - (\rho v A)_{I,J}] = 0 \quad (4.93)$$

Denk. 190 ve 191 ile elde edilen düzeltme denklemleri süreklilik denklemini sağlaması gerekmektedir. Buradan yola çıkarak, momentum ve süreklilik denklemlerini sağlayacak biçimde basınç alanı düzeltmeleri için ifadeler elde edilir. Böylelikle iteratif çözüm boyunca korunumluluk özelliği tüm kontrol hacimleri üzerinde sağlanır.

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_{I,J} - \rho_{I,J}^0)\Delta V}{\Delta t} + & [(\rho A)_{I,J+1} (u_{I,J+1}^* - d_{I,J+1}(P'_{I,J+1} - P'_{I,J})) \\ & - (\rho A)_{I,J} (u_{I,J}^* - d_{I,J}(P'_{I,J} - P'_{I,J-1}))] \\ & + [(\rho A)_{I+1,J} (v_{I+1,J}^* - d_{I+1,J}(P'_{I+1,J} - P'_{I,J})) \\ & - (\rho A)_{I,J} (v_{I,J}^* - d_{I,J}(P'_{I,J} - P'_{I-1,J}))] = 0 \end{aligned} \quad (4.94)$$

Denk. 4.94 düzenlenerek Denk. 4.95 ile verilen jenerik formda yazılabilir.

$$a_P P'_{I,J} = a_S P'_{I+1,J} + a_N P'_{I-1,J} + a_E P'_{I,J+1} + a_W P'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad (4.95)$$

Bu denklemde $b'_{I,J}$ hesaplanan u^* ve v^* alanlarından kaynaklanan kütleli debi kalıntısıdır (*mass residual*). Bu değer HAD analizi gerçekleştirilirken Residual'larda takip edilerek mümkün mertebede düşük olması istenir. Denk. 4.94, Denk. 4.95 formunda yazılarak Denk. 4.96 elde edilir.

$$\begin{aligned}
& [(\rho Ad)_{I,j+1} + (\rho Ad)_{I,j} + (\rho Ad)_{i+1,J} + (\rho Ad)_{i,J}] \mathbf{P}'_{I,j} \\
& = [(\rho Ad)_{i+1,J}] \mathbf{P}'_{I+1,J} + [(\rho Ad)_{i,J}] \mathbf{P}'_{I-1,J} \\
& + [(\rho Ad)_{I,j+1}] \mathbf{P}'_{I,j+1} + [(\rho Ad)_{I,j}] \mathbf{P}'_{I,j-1} \\
& + \left[-\frac{(\rho_{I,j} - \rho_{I,j}^0) \Delta V}{\Delta t} - (\rho Au^*)_{I,j+1} + (\rho Au^*)_{I,j} \right. \\
& \left. - (\rho Av^*)_{i+1,J} + (\rho Av^*)_{i,J} \right]
\end{aligned} \tag{4.96}$$

Katsayılar:

$$a_W = (\rho Ad)_{I,j} \tag{4.97}$$

$$a_E = (\rho Ad)_{I,j+1} \tag{4.98}$$

$$a_S = (\rho Ad)_{i+1,J} \tag{4.99}$$

$$a_N = (\rho Ad)_{i,J} \tag{4.100}$$

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N \tag{4.101}$$

$$\begin{aligned}
b'_{I,j} = & -\frac{(\rho_{I,j} - \rho_{I,j}^0) \Delta V}{\Delta t} - (\rho Au^*)_{I,j+1} + (\rho Au^*)_{I,j} - (\rho Av^*)_{i+1,J} \dots \\
& + (\rho Av^*)_{i,J}
\end{aligned} \tag{4.102}$$

4.8. Rahatlatma Uygulanmış (Relaxed) Denklem Sistemleri

Bu noktaya kadar elde edilen ayrık denklem sistemlerinin itearif çözümleme esnasında yakınsaması oldukça güçtür. Bu durum yapılan iteraasyonlar boyunca dalgalanan u , v ve P skalerlerinin yakınsayamamasından kaynaklanır. Bu sorunu gidermek için iterasyonlar arasında geçiş yapılırken bulunan değerlere rahatlatma (under-relaxation veya over-relaxation) uygulanmaktadır. Böylece yeni hesaplanacak olan değer bir önceki adımda hesaplanan değerden çok fazla sapma göstermeyecek ve aykırı değerlerin bulunması önlenerek yakınsama sağlanabilecektir.

Basınç düzeltme denklemi için *under-relaxation* Denk. 4.103'teki gibi yapılır.

$$P_{I,J} = P_{I,J}^* + \alpha_p P'_{I,J} \quad (4.103)$$

Bu denklemdeki α_p basınç alanı için rahatlatma faktörü (*under-relaxation factor*) olmaktadır. Benzer şekilde u - momentum denkleminde rahatlatma uygulaması aşağıdaki gibi yapılır.

Öncelikli olarak, u^* ve v^* hız alanları tahmin edilen alan ve yeni değerin hesaplandığı hız alanlarıdır. Buradan hareketle yakınsatılmış u^* alanı göz önüne alınarak yeni hesaplanan hız alanı u^* , Denk. 4.104 ile elde edilebilir. Burada $u_{I,j}^*$ hız alanı yakınsatılmaya çalışılmaktadır.

$$u_{I,j}^* = \frac{\sum a_{nb} u_{nb}^* - (P_{I,J}^* - P_{I,J-1}^*) A_{I,j} + S_u^{DC} + \bar{S} \Delta V_u}{a_{I,j}} \quad (4.104)$$

Bir önceki iterasyon adımında bulunan u hız alanı ile yeni bulunan u^* alanı kullanılarak, u^* hız alanına Denk. 4.105'te verildiği gibi rahatlatma uygulanabilir.

$$u_{I,j}^* = (1 - \alpha_u) u_{I,j} + \alpha_u \left(\frac{\sum a_{nb} u_{nb}^* - (P_{I,J}^* - P_{I,J-1}^*) A_{I,j} + S_u^{DC} + \bar{S} \Delta V_u}{a_{I,j}} \right) \quad (4.105)$$

Bu denklemde α_u , u - hız alanı için rahatlatma faktörüdür. Elde edilen bu ifade düzenlenerek Denk. 4.106 ile ifade edilebilir.

$$\frac{a_{I,j}}{\alpha_u} u_{I,j}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* - (P_{I,J}^* - P_{I,J-1}^*) A_{I,j} + S_u^{DC} + \bar{S} \Delta V_u + \left[(1 - \alpha_u) \frac{a_{I,j}}{\alpha_u} \right] u_{I,j} \quad (4.106)$$

Benzer şekilde, v^* hız alanı için rahatlatma uygulanmış denklem sistemi Denk. 4.107 ile bulunabilir.

$$\begin{aligned} \frac{a_{i,j}}{\alpha_v} v_{i,j}^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* - (P_{i,j}^* - P_{i-1,j}^*) A_{i,j} + S_v^{DC} + \bar{S} \Delta V_v \dots \\ + \left[(1 - \alpha_v) \frac{a_{i,j}}{\alpha_v} \right] v_{i,j} \end{aligned} \quad (4.107)$$

Elde edilen bu denklemler akış alanı boyunca çözdürülür ve basınç ve hız alanlarının bir sonraki iterasyon adımıdaki değerleri için Denk. 4.108-4.110 elde edilir.

$$P_{i,j}^{n+1} = P_{i,j} + \alpha_P P'_{i,j} \quad (4.108)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = \alpha_u [u_{i,j}^* + A_{i,j}/a_{i,j} (P'_{i,j} - P'_{i-1,j})] + (1 - \alpha_u) u_{i,j} \quad (4.109)$$

$$v_{i,j}^{n+1} = \alpha_v [v_{i,j}^* + A_{i,j}/a_{i,j} (P'_{i,j} - P'_{i-1,j})] + (1 - \alpha_v) v_{i,j} \quad (4.110)$$

Özet olarak bu denklemlerdeki hesaplanan alanlar Denk. 4.111-4.113 ile verilmiştir:

u^* - momentum:

$$\begin{aligned} \frac{a_{P,u}}{\alpha_u} u_{i,j}^* = a_{E,u} u_{i,j+1}^* + a_{W,u} u_{i,j-1}^* + a_{N,u} u_{i-1,j}^* + a_{S,u} u_{i+1,j}^* \dots \\ - (P_{i,j}^n - P_{i,j-1}^n) A_{i,j} + \left[(1 - \alpha_u) \frac{a_{P,u}}{\alpha_u} \right] u_{i,j} + S_{i,j}^{DC} \dots \\ + S_{i,j} \end{aligned} \quad (4.111)$$

v^* - momentum:

$$\begin{aligned} \frac{a_{P,v}}{\alpha_v} v_{i,j}^* = a_{E,v} v_{i,j+1}^* + a_{W,v} v_{i,j-1}^* + a_{N,v} v_{i-1,j}^* + a_{S,v} v_{i+1,j}^* \dots \\ - (P_{i,j}^n - P_{i-1,j}^n) A_{i,j} + \left[(1 - \alpha_v) \frac{a_{P,v}}{\alpha_v} \right] v_{i,j}^n + S_{i,j}^{DC} \dots \\ + S_{i,j} \end{aligned} \quad (4.112)$$

P' basınç düzeltme:

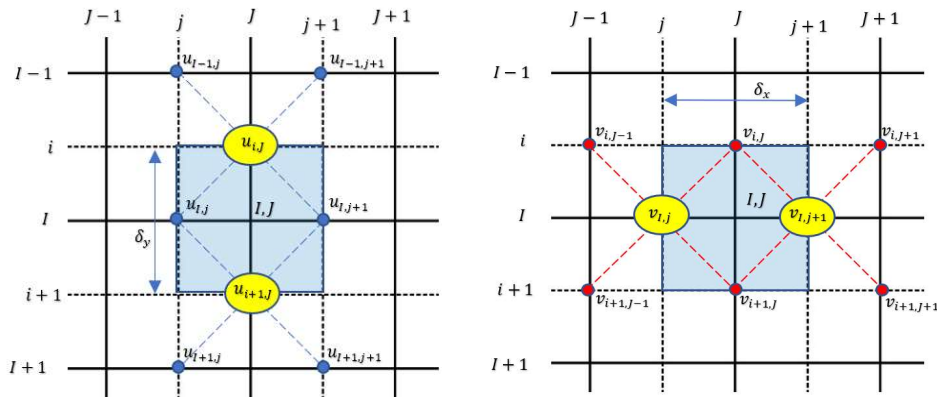
$$a_{P,P}P'_{I,J} = \beta(a_{S,P}P'_{I+1,J} + a_{N,P}P'_{I-1,J} + a_{E,P}P'_{I,J+1} + a_{W,P}P'_{I,J-1} \dots + b'_{I,J}) + (1 - \beta)a_{P,P}(P'_{I,J})^n \quad (4.113)$$

Denk. 4.111 ve 4.112 ile verilen u^* - ve v^* - momentum denklemleri Jacobi veya Gauss-Seidel yöntemlerine göre çözülebilir. Jacobi yöntemi ile komşu kontrol hacim merkezleri için bir önceki adımdaki değerler kullanılırken Gauss-Seidel yönteminde aynı iterasyon içinde hesaplanan komşu değerleri kullanmaktadır. Bundan dolayı Gauss-Seidel yöntemi Jacobi yöntemine göre daha hızlı yakınsamaya olanak tanımaktadır.

Denk. 4.113 ile verilen P' basınç alanı düzeltme denklemi çözülürken SOR (*Successive over-relaxation*) tercih edilmiştir. Denklemden β “over-relaxation” katsayısıdır. Değeri 1 ile 2 arasında değişmekte olup bu tez çalışması kapsamında 1.25 veya 1.5 değerleri alınmıştır.

4.9. Kayma Hızı Şiddetinin $|\gamma|$ Nümerik Olarak Hesaplanması

Viskozite de tıpkı basınç ve sıcaklık alanları gibi skaler çözüm ağında depolanır. Böylelikle, momentum denklemlerinde görülen ikinci dereceden difüzyon ifadelerinin, $\nabla(\eta \nabla U)$, hesaplatılmasında yüzlerdeki viskoziteler, skaler alanda hesaplatılan görünür viskozite alanından hesaplanır. Dolayısıyla, kayma hızı şiddeti de skaler kontrol hacimlerinin merkezlerinde hesaplatılmalıdır. İki boyutlu akış alanları için kayma hızı şiddeti Bölüm 2’de Denk. 2.4 ve 2.5 ile tanımlanmıştır.



Şekil 4.5. (a) $\partial u / \partial y$ ve (b) $\partial v / \partial x$ terimlerinin skaler kontrol hacmi üzerinde hesaplanması

Denk. 2.4 skaler kontrol hacmi üzerinde ayrıklaştırılmak istendiğinde, kontrol hacmi merkezinde meydana gelen kayma hızı şiddeti Denk. 4.114 ile hesaplanabilir.

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{I,J} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{I,J} + \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{I,J} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{I,J} \right)^2} \quad (4.114)$$

Denk. 4.115'teki terimler Denk. 4.115 - 4.117 ile skaler kontrol hacmi üzerinde hesaplanabilir. Bu ifadeler Şekil 4.5. kullanılarak elde edilmiştir.

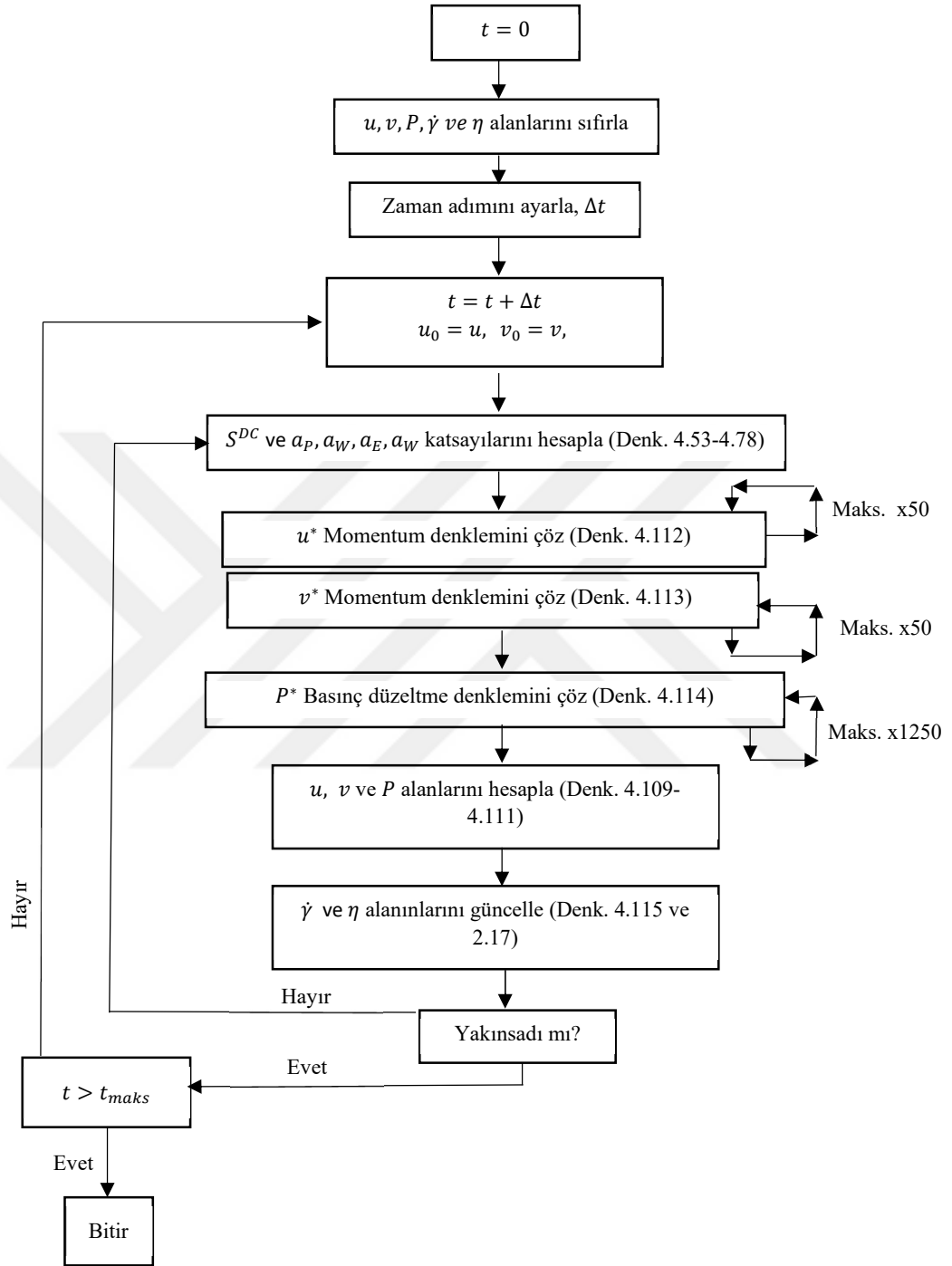
$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{I,J} = \frac{u_{I,j+1} - u_{I,j}}{\delta x} \quad (4.115)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{I,J} = \frac{v_{i+1,J} - v_{i,J}}{\delta y} \quad (4.116)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{I,J} = \frac{(u_{I+1,j} + u_{I+1,j+1}) - (u_{I-1,j} + u_{I-1,j+1})}{4\delta y} \quad (4.117)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{I,J} = \frac{(v_{i,J+1} + v_{i+1,J+1}) - (v_{i,J-1} + v_{i+1,J-1})}{4\delta x} \quad (4.118)$$

Böylece görünür viskozite Bölüm 2'de bahsedilen HB veya BP modelleri kullanılarak hesaplanabilir. Nümerik Analiz Şekil 4.6.'da belirtilen adımların uygulanması ile gerçekleştirilir.



Şekil 4.6. HAD analizinde izlenen nümerik çözümleme adımları

BÖLÜM 5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Önceki bölümlerde matematiksel ve nümerik modelleri oluşturulan iki boyutlu kontrol hacimleri için geliştirilmiş Newton tipi olmayan akışkan akışlarının modellenebileceği bir Navier-Stokes çözücü MATLAB 2015 ortamında yazılmıştır. Bu bölümde, yazılan bu çözücünün validasyonu yapılarak farklı Reynolds sayılarında akışkan akışının hız ve basınç alanları, manyetik alandan etkilenmiş bölge kalınlığının hız ve basınç alanları üzerindeki etkisi ve sinüzoidal bir hızlanma davranışı sergileyen MR damper piston hareketi neticesinde MR dampere özgü Kuvvet-konum, Kuvvet-hız niceliklerinin elde edilmesi amaçlanmıştır.

Çözümler MR-132DG akışkanı kullanılarak yapılmıştır. Bu akışkana ait deneysel veriler Bölüm 2’de elde edilmişti. Bu bölümdeki tüm analizlerde, $I = 1.5A$ için elde edilen HB akışkan karakteristiği kullanılmıştır, bkz. Tablo 2.1. Tablo 5.1.’de MR132DG akışkanının yoğunluk, Bingham plastik viskozitesi ile kontrol hacminin temel boyutları da yer almaktadır.

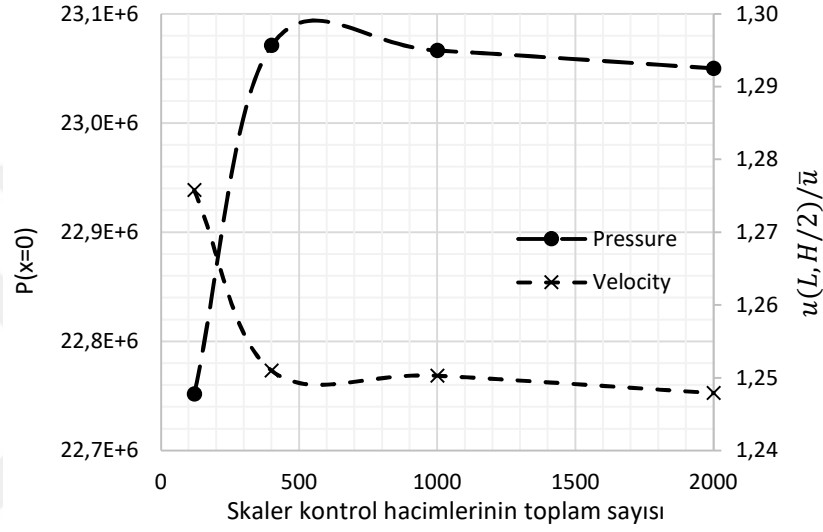
Tablo 5.1. Akışkan özellikleri ve kontrol hacmi boyutları

Akışkan Özellikleri (MRF-132DG)		
Yoğunluk [40]	ρ	2950 kg/m ³
Plastik Viskozite (Bingham modeli) [40]	η_0	0.112 Pa.s
Kontrol Hacmi		
Kanal uzunluğu	L	50 mm
Kanal genişliği	H	0.6 mm

5.1. Nümerik Çözücünün Doğrulanması (*Validation*)

Doğrulama yapılmadan önce analizi yapılacak olan kontrol hacminin yeterli sayıda alt kontrol hacimlerine bölünmesi gerekmektedir. Bunun için çözüm ağından bağımsızlık çalışması yapılır. Analizlerde BP akışkanına kıyasla HB akışkan akışının nümerik

olarak modellenmesinde yakınsamasının daha zor olduğu görüldüğünden çözüm açısından bağımsızlık çalışması HB akışkan akışı göz önüne alınarak yapılmıştır. Sonuç olarak Şekil 5.1.'de de görüldüğü gibi 1000 ve üzeri kontrol hacmi sayılarında çözüm açısından bağımsızlık yakalanabilmiştir. Bu analiz tam gelişmiş akış koşullarında ve HB viskoz karakteristiği ($\tau_y = 12385 \text{ Pa}$, $n = 0.4237$, $k = 889.95 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$) kullanılarak $Re = 10$ için yapılmıştır.



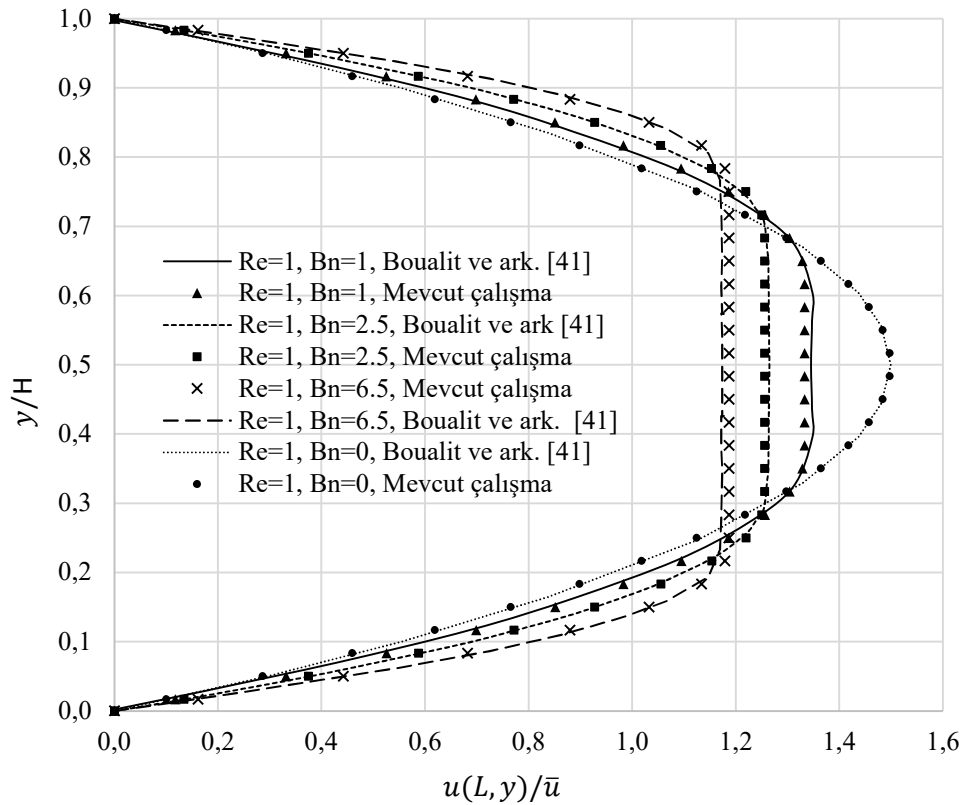
Şekil 5.1. Çözüm açısından bağımsızlık çalışması, Re = 10 (HB fluid)

Çözücünün doğru olarak çözdüğünün doğrulanması ise Boulait ve ark.'nın [41] çalışması referans alarak yapılmıştır. Boulait ve ark. yaptıkları çalışmada paralel plakalar arası BP akışkan akışı modelleyerek farklı Bingham sayılarında hız profillerini elde etmiştir. Ayrıca, Inacio ve ark. [42] Boulait ve ark.'nın [41] sunduğu bu çalışmayı referans göstererek kendi sonuçlarını valide etmiştir. Çözümde BP akışkanı için Denk. 2.14 ile Papanastosiou viskoz yaklaşımını kullanmışlardır.

Yukarıdaki çalışmalardaki hız alanları kullanılarak, yazılan çözücünün doğrulanması aşağıdaki gibi yapılmıştır.

Validasyon için Bingham sayısı $Bn_{BP} = \tau_y(2H)/\eta_p \bar{u}$ olarak tanımlanmıştır [41] [42]. Bu çalışmalardaki gibi Reynolds sayısı $Re_{BP} = \rho \bar{u}(H/2)/\eta_p = 1$ olarak alınmıştır. Validasyon geometrisinin uzunluğu $L' = 40H$ ve $H = 0.6\text{mm}$ olarak alınmıştır. Yığın

akış viskozitesi ve akma gerilmeleri sırasıyla $\eta_P = 0.112 \text{ Pa.s}$ ve $\tau_y = 12385 \text{ Pa}$ olarak alınmıştır. Giriş kesitindeki hız profili $u(x=0) = \bar{u}$ üniform dağılımlı verilmiştir. Denk. 2.14'teki Papanastasiou regülasyon katsayısı yeterli seviyede yüksek bir değer alınmıştır, $m = 1000$. Yapısal çözüm ağı 30×300 alt kontrol hacmine ayrılmıştır. Çözüm sürekli (*steady state*) koşulda alınmıştır. Akış alanının her noktasında manyetik alan etkileri söz konusudur dolayısıyla tüm kontrol hacmi Newton tipinde olmayan akışkan akışı olarak modellenmiştir.



Şekil 5.2. $Re = 1$ ve farklı Bn sayılarında elde edilmiş BP akışkan akışı hız profilleri. $Bn = 0$ için olan durum Newton tipi akışkan akışı olduğuna dikkat edilmelidir

Şekil 5.2.'de yazılan nümerik çözücünün %1,5 maksimum hata ile farklı Bn sayıları için yeterli ölçüde uyumlu sonuçlar verdiğini göstermektedir. Ayrıca, Bn sayısının artmasıyla birlikte yığın akışkan akışı sınırlarının genişlediği görülmektedir. Bn denkleminde bakıldığında, $Bn_{BP} = \tau_y(2H)/\eta_P \bar{u}$, sabit değerler olarak aldığımız τ_y , H ve η_P değişmeyeceğinden, Bn sayısının artmasıyla birlikte ortalama akış hızı $\bar{u}$ azalmaktadır. Böylece daha yavaş koşullarda gerçekleşen akışkan akışında, konvektif

kuvvetlerin etkilerine nazaran viskoz kuvvetler baskın hale gelmeye başlayacaktır. Bunun sonucunda daha düşük kayma gerilmelerinin transport edildiği bir akış alanında görünür viskozite daha yüksek değerlerde ortaya çıkarak ve kontrol hacmi boyunca daha düşük kayma hızları elde edilecektir. Bu kayma hızlarının mertebesi akış alanında yığın akış bölgesinin oluşumuna sebep olacak kadar düşük olmaktadır.

5.2. Paralel Plakalar Arası Tam Gelişmiş HB Akışkan Akışı

Bu kısımda farklı Reynolds sayılarında gerçekleştirilen analizlerin nümerik ve analitik sonuçları karşılaştırılmıştır.

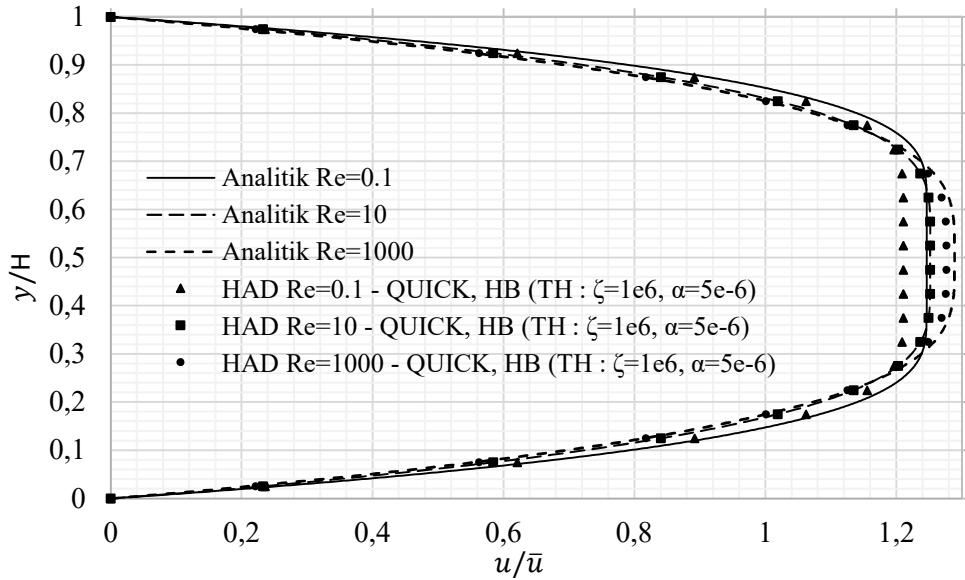
Bölüm 3'te akışkan akışı matematiksel olarak modellenerek tam gelişmiş akış profili için analitik çözümler Herschel-Bulkley, Bingham plastiği ($n = 1, k = \eta_0$) ve Newton tipi ($n = 1, k = \eta, \tau_y = 0$) akışkan akışları için elde edilmişti. Bölüm 4'te ise momentum ve süreklilik denklemlerinin ayrıklaştırılması yapılarak HAD çözümlemesi için doğrusal denklem sistemleri elde edilmişti. Bu kısımda paralel plakalar arasında gerçekleşmekte olan HB akışkan akışı hem analitik hem de nümerik yöntem ile çözümlenerek, elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Paralel plakalar arasında tam gelişmiş HB akışkan akışının çözümlemesi nümerik ve analitik yöntemlerle yapılarak Şekil 4.4.'te ve Tablo 5.1.'de verilmiştir. Bu analizlerde akışkan özellikleri için $I=1.5A$ altında elde edilen değerler kullanılmıştır: $\tau_y = 12385 Pa$, $n = 0.4237$, $k = 889.95 Pa.s^n$. Geometrik olarak $L = 50mm$ olarak alınmıştır. Farklı Reynolds sayıları için ve girişte tam gelişmiş hız profili tanımlanarak ($u_{in,CFD} = u_{out,CFD} * m_{in}/m_{out}$) alınan çözümde, Reynolds sayısının azalan değerlerinde analitik olarak elde edilen hız profilinin nümerik olarak elde edilen hız profili ile uyumsuzluk gösterdiği ortaya çıkmıştır.

Tablo 5.2.'de bu uyumsuzluğun $Re = 0,1$ 'in altındaki Reynolds sayılarında gerçekleştiği anlaşılmaktadır. Ancak $Re = 0,1$ 'in üzerinde gerçekleşen HB akışkan akışlarında, nümerik ve analitik sonuçlar yeterli ölçüde uyumlu olmaktadır. Düşük Reynolds sayılarında karşımıza çıkan bu uyumsuzluk, kayma gerilmesi için

rahatlatılmış HB viskoz modelinin kullanılmasından kaynaklanmaktadır. Bu durum şu şekilde açıklanabilir: Şekil 2.3. ve 2.4.'e bakıldığında kayma hızı şiddetinin düşük, örneğin $|\dot{\gamma}| = 10^{-4} s^{-1}$, olduğu bölgelerde analitik olarak önerilen viskozite ile rahatlatılmış viskozite eğrilerinin farklılık gösterdiği görülmektedir. Buradan hareketle, düşük kayma hızlarının yoğun olacağı düşük Reynolds sayılı akışkan akışlarında kayma gerilmeleri rahatlatılmış modelde nispeten farklı hesaplanacaktır. Bu da en nihayetinde hesaplanan hız alanı üzerinde farklılıklar ortaya çıkarmaktadır, Şekil 5.3.

Bundan dolayı literatürde bazı çalışmaların analitik çözümü olan bu problemi literatürdeki çalışmalara atıf yaparak veya farklı yollardan doğruladıkları görülmüştür. Lovato ve ark. [43], BP akışkan akışını modellemek için bir HAD çözücüsü geliştirmiş ve bu çözücünün doğrulanmasında analitik hız alanını kullanmamıştır. Bunun nedenini kayma gerilmesi ifadesinin Papanastasiou BP modeline göre yapıldığı için alınan analitik çözüm ile uyuşmayacağı şeklinde belirtmişler ve doğrulamalarını alternatif olarak nümerik bir yol izleyerek yapmışlardır.



Şekil 5.3. HB akışkanının farklı Re sayılarında HAD ve Analitik hız profilleri

Tablo 5.2.'de farklı Reynolds sayılarında elde edilen analitik ve nümerik bazı sonuçlar verilmiştir. Bu tabloda görüleceği üzere yığın akışkan bölge sınırları Reynolds sayısının artmasıyla birlikte beklendiği üzere birbirlerine yaklaşmaktadır.

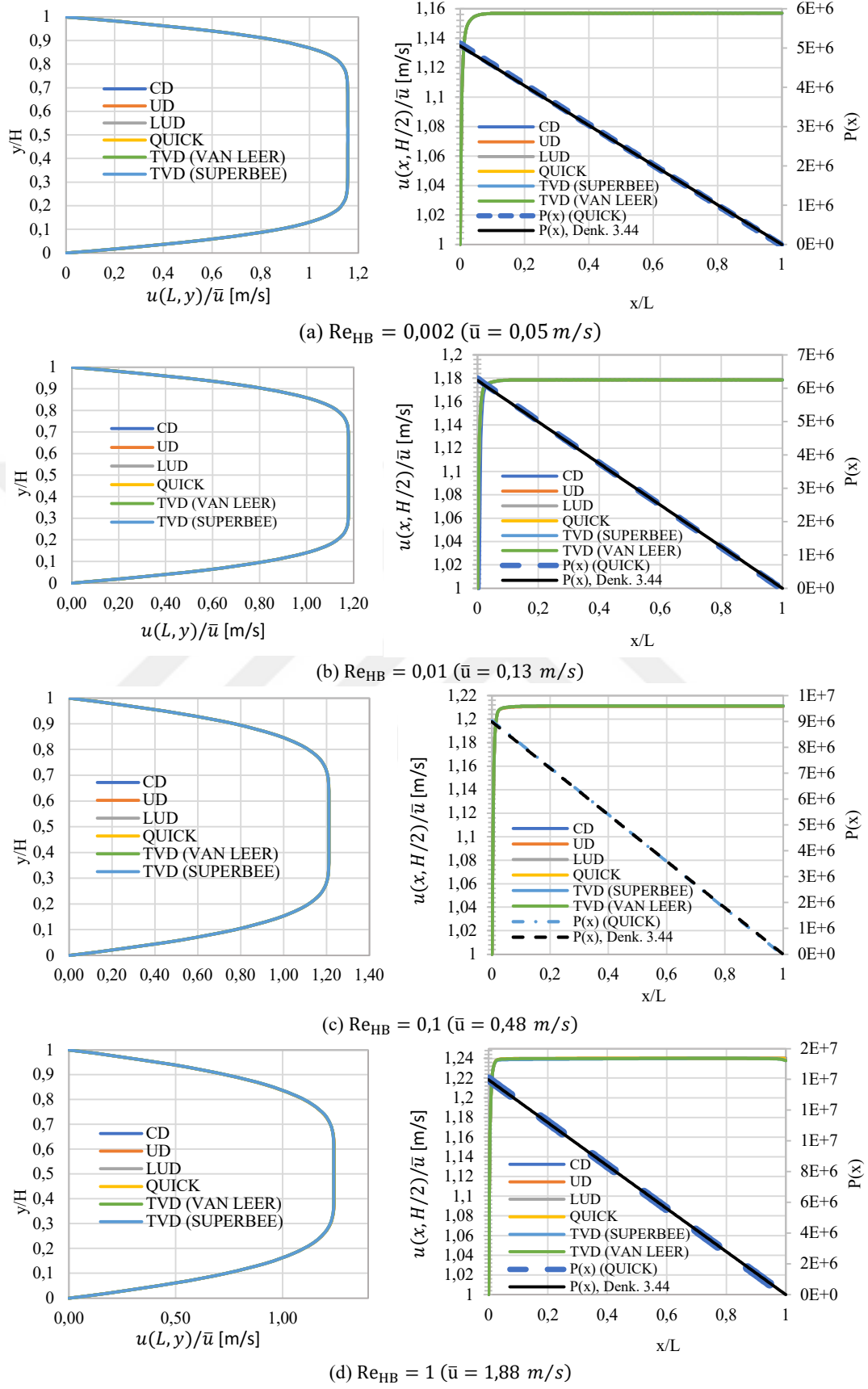
Yukarıda açıklananlara ek olarak, Reynolds sayısının artması akış alanında daha yüksek kayma hızlarına sebep olacağından akma gerilmesinin sonlu kontrol hacimlerinde aşılmasına ve bunun neticesinde görünür viskozite değerlerinin düşmesine neden olmaktadır.

Tablo 5.2. HB akışkanının farklı Re sayılarında HAD ve Analitik sonuçları

		$u(L, H/2)/\bar{u}$	$\Delta P(\text{MPa})$	y_{pi}/H	y_{po}/H
$Re = 0,002$	Analitik	1,25	5,06	0,29	0,70
	HAD	1,14	5,01	0,26	0,73
	Hata %	9,6%	1,38%	6,7%	2,85%
$Re = 0,1$	Analitik	1,24	8,99	0,38	0,61
	HAD	1,21	9,13	0,39	0,60
	Hata %	2,42%	1,56%	2,63%	1,64%
$Re = 1$	Analitik	1,25	14,0	0,42	0,57
	HAD	1,22	14,3	0,46	0,53
	Hata %	2,40%	2,10%	9,52%	7,02%
$Re = 10$	Analitik	1,27	23,1	0,47	0,54
	HAD	1,25	22,1	0,47	0,52
	Hata %	1,60%	0,86%	4,25%	3,4%
$Re = 100$	Analitik	1,28	40,2	0,47	0,52
	HAD	1,27	40,0	0,48	0,51
	Hata %	1,02%	0,5%	2,8%	2,1%
$Re = 500$	Analitik	1,28	60,1	0,48	0,51
	HAD	1,27	59,9	0,48	0,51
	Hata %	1,02%	0,33%	1,4%	1,31%
$Re = 1000$	Analitik	1,29	71,7	0,48	0,51
	HAD	1,27	71,3	0,49	0,51
	Hata %	1,55%	0,55%	2,08%	1,00%

5.3. Sürünen HB Akışkan Akışının Farklı Şemalara Göre Analizleri

Momentum denklemleri, genelleştirilmiş yukarıakım şemaları yöntemine göre farklı akış şemalarının kullanımına açık bir şekilde ayrıklaştırılmıştı. Bu kısımda farklı sürünme Reynolds sayılarında farklı akış şemaları kullanılarak hız ve basınç alanları elde edilmiştir. Seçilen Reynolds sayılarının düşük tutulmasının temel sebebi yığın akışkan akışını daha net olarak gözlemleyebilmektir. Buna ek olarak, küçük boyutlarda üretilmiş bir MR damper göz önüne alındığından $Re = 1$ olsa bile ortalama akışkan hızının $\bar{u} = 1.8 \text{ m/s}$ kadar yüksek elde edilebileceği göz önüne alındığında uygulamada da karşılaşılabilen bir durum olma olasılığı vardır.



Şekil 5.4. Gelişmekte olan MR akışkan akışı (HB Modeli)

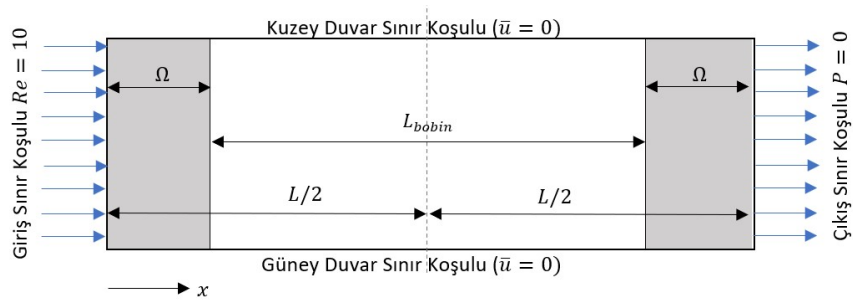
Şekil 5.4.'te farklı Reynolds sayılarında gelişmekte olan HB akışkan akışı için elde edilen hız ve basınç alanları verilmiştir. Her bir şemanın kullanılmasıyla elde edilen nümerik analizler birbirlerine oldukça yakın çözüm alanlarını vermiştir. Ayrıca analitik basınç düşümünün hesaplanmasında kullanılan ve bu çalışma kapsamında önerilen Reynolds sayısı (Denk. 3.43) de bütün HAD analizlerinde yeterli seviyede uyumluluk göstermiştir, bkz. Şekil 5.4.

Reynolds sayısının artması kesit içerisindeki ortalama akış hızının arttığı anlamına gelmektedir. Böylece Re sayısının artması ile birlikte akışkan özelliklerinin daha konvektif halde taşındığını anlaşılmaktadır, ki bu da her bir hücredeki Peclet sayısının $Pe_{ij} = F_{ij}/D_{ij}$ büyüklüğünün artmasıyla gözlemlenebilmektedir. Böylece konvektif olarak akmaya zorlanan bir akış alanında $u(L, y)/\bar{u}$ oranının arttığı ve yığın akışkan bölge sınırlarının daralması beklenmektedir. Şekil 5.4.'te verilen farklı Reynolds sayıları için yapılan nümerik analizlerde bu durum görülebilmektedir.

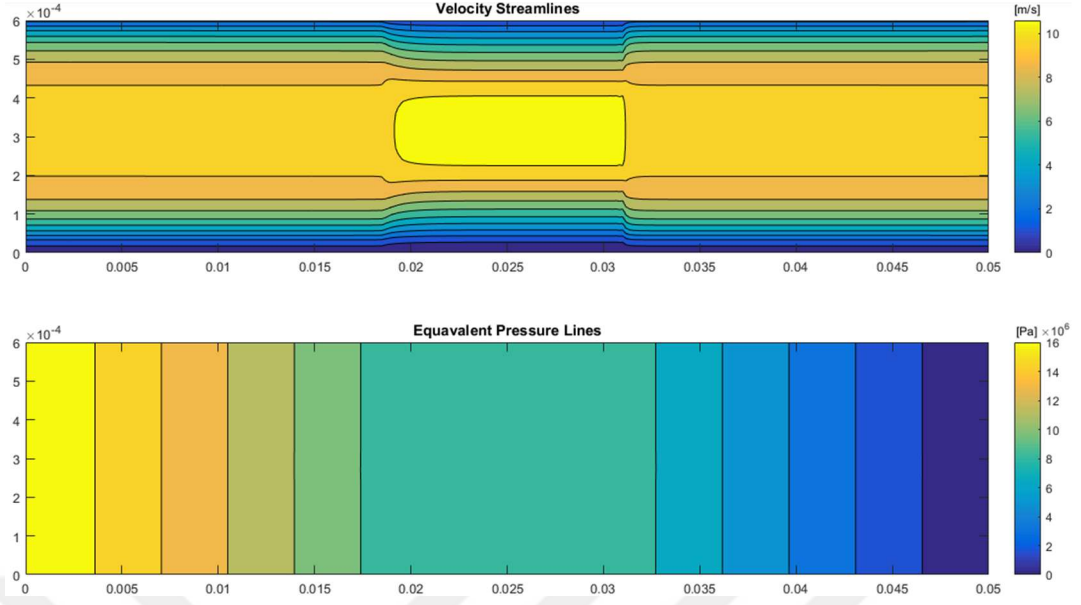
5.4. Aktif Bölge Kalınlığının (Ω) Hız ve Basınç Alanına Etkisi

Bölüm 1'de incelenen MR damperin yapısına bakıldığında iki adet indüklenen bölge mevcuttur. Bu kısımda indüklenen bölgelerin kalınlığının, Ω , hız ve basınç alanlarındaki etkileri araştırılacaktır. MR akışkanın Tablo 2.1.'de $I = 1.5A$ için olan viskoz özellikler kullanılmıştır.

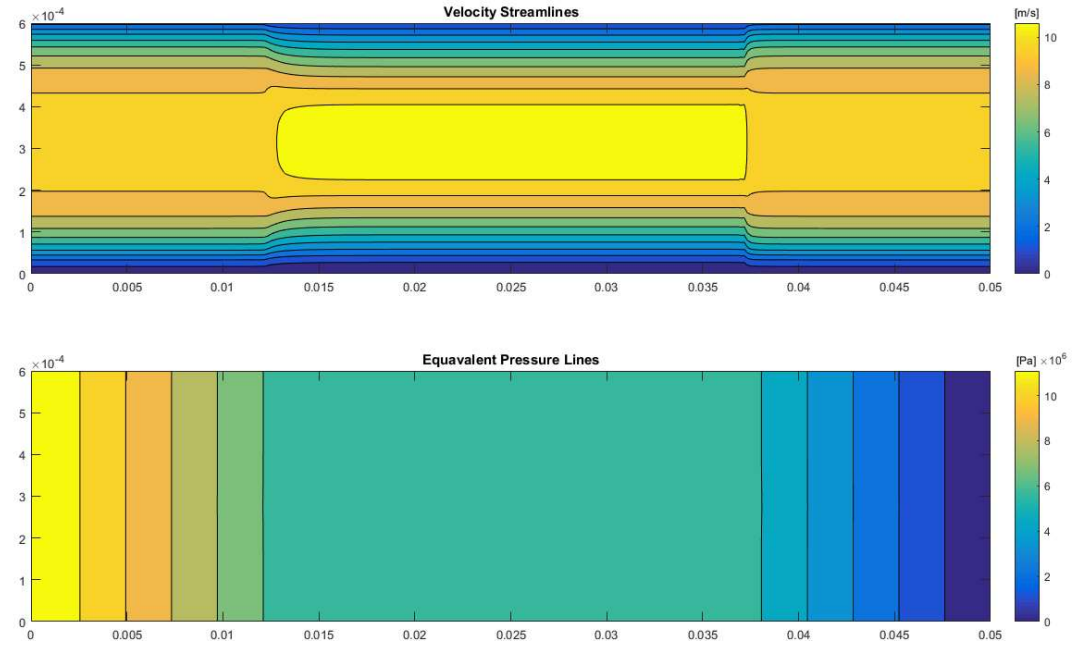
Bu kısımdaki analiz için indüklenen bölge ve bu bölgenin kontrol hacmindeki sınırları Şekil 5.5.'te verilmiştir. Akışkan akışı, girişte tam gelişmiş akış profiline sahip olacak şekilde $Re_{HB} = 10$ olarak alındı.



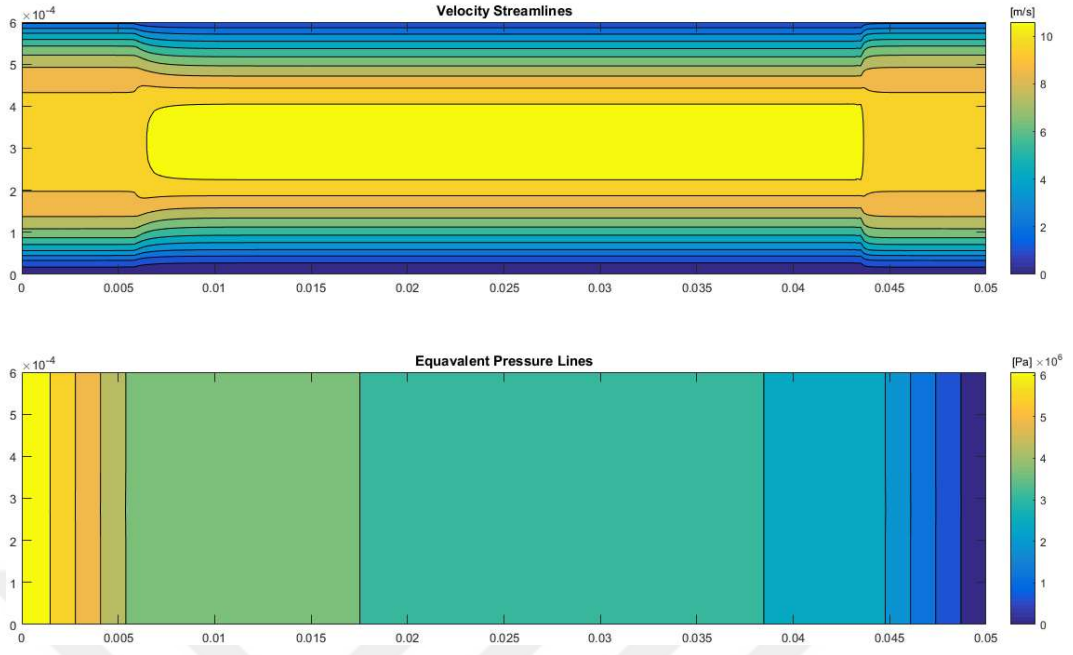
Şekil 5.5. MR Damper pistonunda aktif bölgelerin konumlandırılması



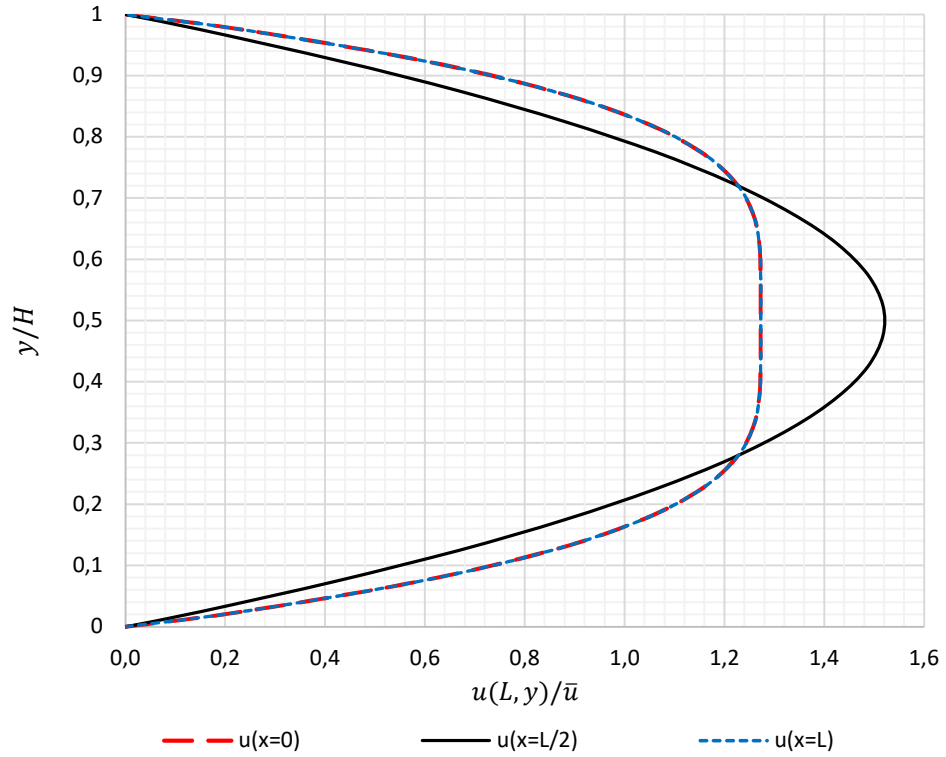
Şekil 5.6. $L_{bobin} = 0,25L$ olması durumunda Hız ve Basınç alanları



Şekil 5.7. $L_{bobin} = 0,5L$ olması durumunda Hız ve Basınç alanları



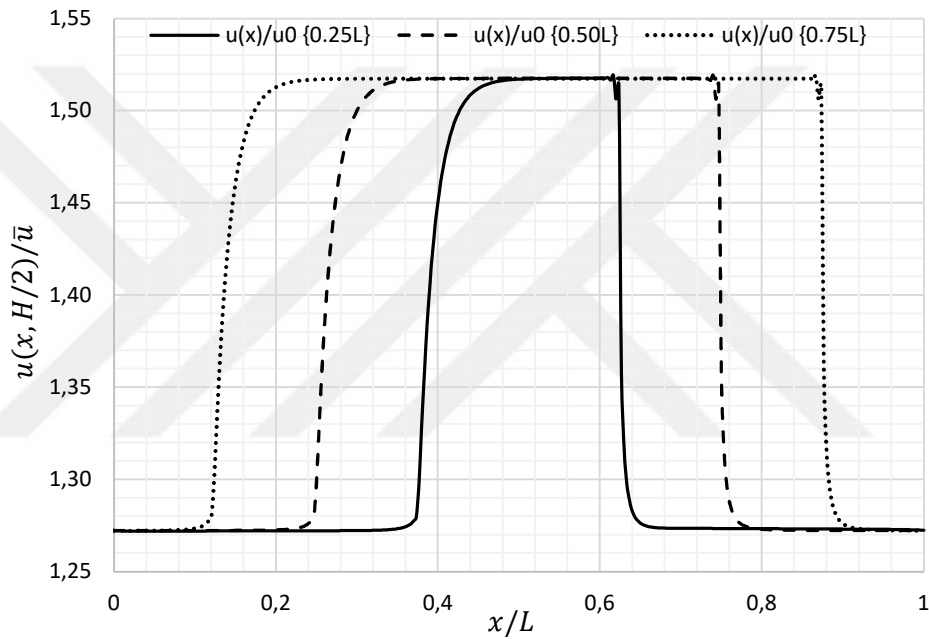
Şekil 5.8. $L_{bobin} = 0,75L$ olması durumunda Hız ve Basınç alanları



Şekil 5.9. Aktif ve aktif olmayan bölgelerdeki tam gelişmiş hız profilleri. (Her üç bobin sarım uzunluğu için de aynıdır)

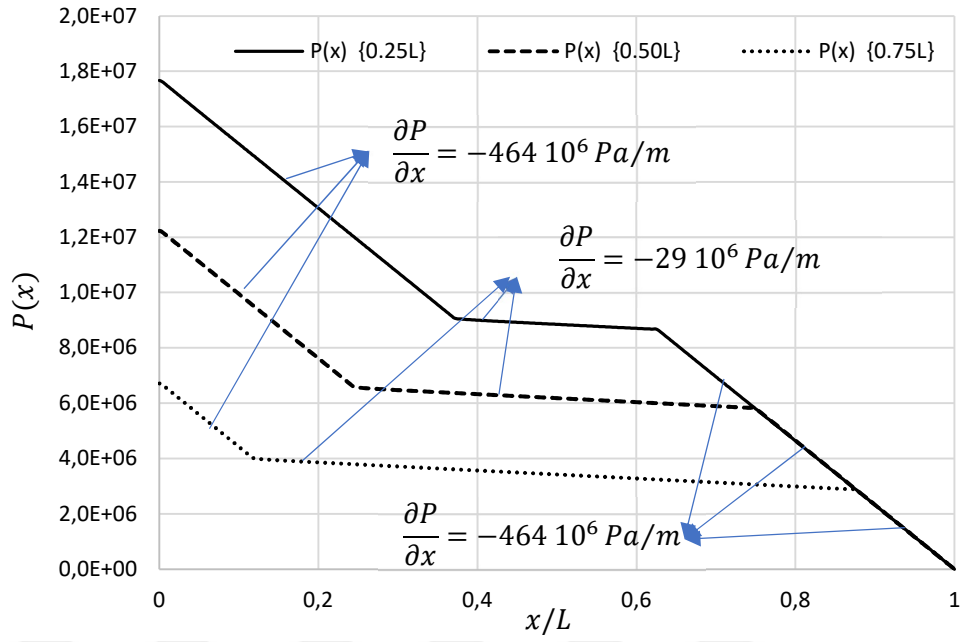
Elsaady ve ark. [44] Şekil 5.5.'de gösterilen iki boyutlu bir kontrol hacmi üzerinde manyetik alan çevrintisini nümerik olarak modellemiştir ve manyetik alan

yoğunluğunun aktif bölgelerde efektif olduğunu göstermişlerdir. Buradan yola çıkarak bu çalışmada, manyetik alanın, gri renkli, bölgelerdeki akışkan karakteristiğini değiştirdiği ve akışkanın diğer bölgede Newton tipi davranış sergilediği kabul edilmiştir. Bobin uzunluğunun (L_{bobin}) $0,25L$, $0,5L$ ve $0,75L$ olmak üzere üç farklı durumuna göre tek bobinli MR Damper piston kanalı üzerindeki basınç ve hız alanları aşağıdaki şekillerde verilmiştir. $L=50\text{mm}$ 'dir. Bobin sarımının eksenel yöndeki L_{bobin} uzunluğu arttıkça aktif bölge uzunluğu, Ω , azalmaktadır. Şekil 5.6., 5.7. ve 5.8.'de üç farklı L_{bobin} uzunluğu için hız ve basınç alanları kontür olarak görselleştirilmiştir.



Şekil 5.10. Merkez çizgisi boyunca HAD ile elde edilen hız profillerinin karşılaştırması, $Re = 10$

Şekil 5.9. ve 5.10.'da gelişen hız profillerinin aktif bölgenin uzunluğundan bağımsız olduğuna ve basınç gradyenine bağlı olduğuna dikkat edilmelidir. Şekil 5.11.'da bu durum belirlenen üç farklı bobin sarım uzunluğunda oluşan manyetik olarak aktif olan ve olmayan bölgelerdeki hız profilleri incelenerek de görülebilir. Böyle bir durumun sebebi oldukça basit şekilde analitik hız profili denklemi üzerinden açıklanabilir. Denk. 56, 57 ve 58'e bakıldığında hız profillerinin basınç gradyeninin bir fonksiyonu olduğu görülmektedir. Dolayısıyla manyetik olarak aktif olan veya olmayan bölgelerin basınç gradyenleri, aktif bölgelerin uzunluklarından bağımsız olduğu ortaya çıkmaktadır. Şekil 5.11.'da da bu durum açıkça görülmektedir.



Şekil 5.11. Merkez çizgisi boyunca basınç dağılımlarının karşılaştırması, $Re = 10$

5.5. MR Damper Analizi

Bu kısımda merkez konuma yerleştirilmiş bobin sarımının $L_{bobin} = 0.5L$ kalınlığında olduğu kabul edilerek bir MR damper pistonunun sinüzoidal hız hareketi yaptığı varsayılmıştır. Bu varsayım Parlak ve Engin'in yapmış olduğu çalışmadan [45] esinlenilmiştir. Parlak ve Engin, piston hızını ve konumunu zamana bağlı olarak sırasıyla Denk. 5.1 ve 5.2 ile ifade etmiştir.

$$S_P(t) = S_{P,maks} \cos(\omega t) \quad (5.1)$$

$$u_P(t) = u_{P,maks} \sin(\omega t) \quad (5.2)$$

Bu denklemlerde; t, u_{maks} ve S_{maks} sırasıyla zaman, maksimum piston hızı ve maksimum piston strokudur. Bu denklemlerde ω açısal hızdır ve $\omega = u_{maks}/S_{maks}$ ifadesinden hesaplandığı görülmektedir. S_{maks} maksimum strok uzunluğudur. Analiz süresi ise $t_{toplamlam} = 1/f$ ile hesaplanır, f :frekans. Aynı zamanda $\omega = 2\pi f$ 'tir [17].

Parlak ve Engin [45] inceledikleri MR Damper için Δt , u_{maks} ve S_{maks} değerlerini sırasıyla 0,01 s, 0,05 m/s ve 0,015 m olarak kullanmıştır.

Denk. 1.2 ve 5.2 kullanılarak her bir zaman adımında kanaldaki ortalama akışkan hızı Denk. 5.3 ile hesaplanabilir.

$$\bar{u} = \frac{R_c^2}{2HR_d} u_{P,maks} \sin(\omega t) \quad (5.3)$$

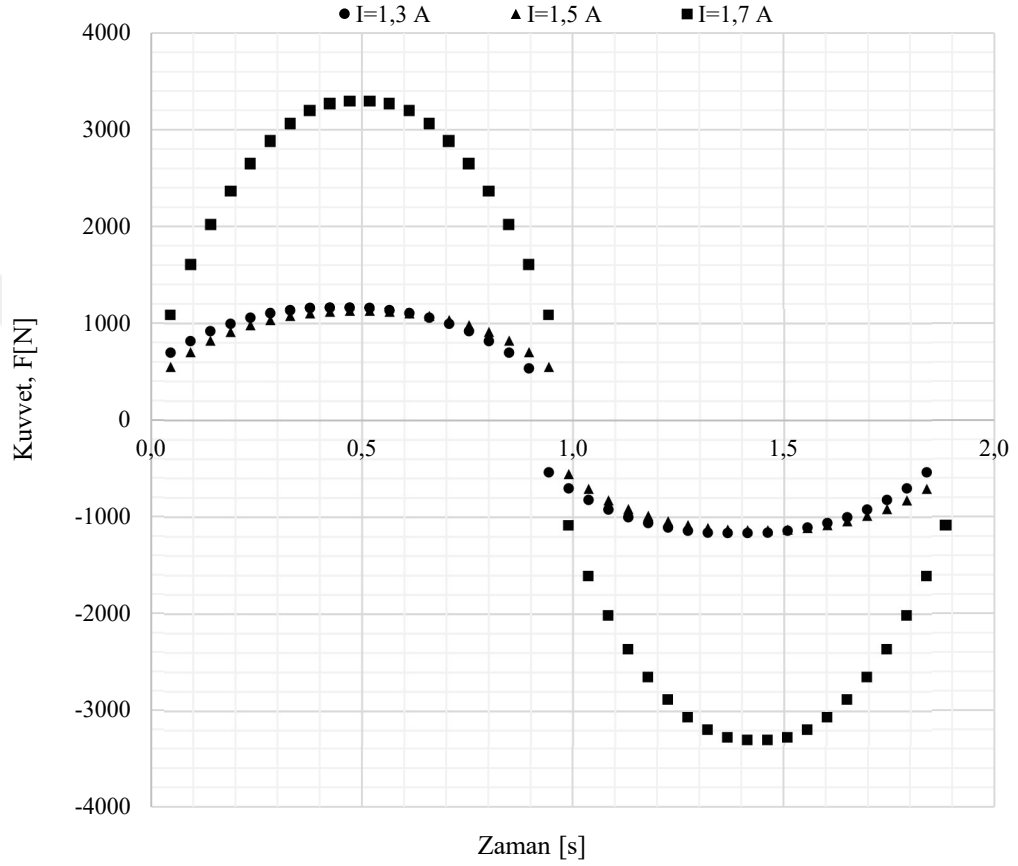
Bu kısımda, $u_{P,maks} = 0,25 \text{ m/s}$, $S_{maks} = 1.5L$, $R_c = 50H$, $(R_a - R_b) = H$ ve $R_d = (R_a + R_b)/2 = 45H$ olarak alınarak analizler gerçekleştirilmiştir. $H = 0,6 \text{ mm}$ ve $L = 50 \text{ mm}$ 'dir. Temel geometrik ölçütler için Şekil 1.4.'e başvurulabilir. Aktif bölge uzunluğu $2\Omega = L_{bobin} = 0.5L$ olarak alınmıştır. Akışkanın girişteki hız profili Denk. 195 ile bulunan ortalama akış hızında ve üniform dağılı hız profili olarak alınmıştır.

Nümerik çözüm $0 \rightarrow (t = 2\pi/\omega)$ zamanı boyunca 40 zaman adımında $\Delta t = 2\pi/(40\omega)$ s zaman adımlarıyla $n_x \times n_y = 50 \times 20$ çözüm ağı üzerinde üniform giriş akış profili için yapılmıştır. Ancak, piston hızı sinüzoidal olarak değiştiği için analiz sonuçlarını hızlı almak adına, hız profilinin tekrar eden dalgalanan özelliğinden faydalanarak, analiz toplam piston hareket zamanının $1/4$ 'ü için yapılmıştır. Denk. 5.4 HAD analiz süresini belirtmektedir.

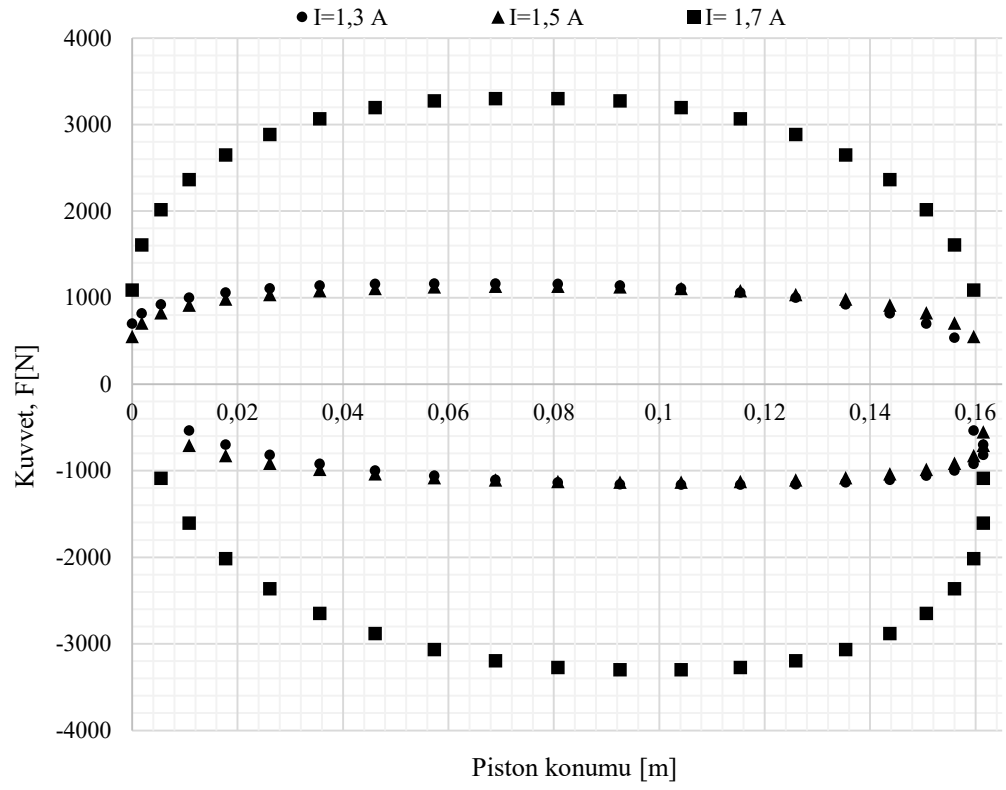
$$t_{1/4} = \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{\pi S_{maks}}{2u_{P,maks}} \quad (5.4)$$

Her zaman adımında giriş ve çıkış basınç farkına göre elde edilen kuvvet hesaplanarak Kuvvet-Zaman grafiği elde edilmiştir. Piton hareketinin sinüzoidal olması neticesinde analiz sinüs dalgasının $\omega t = (0 - \pi/2)$ aralığı için yapılmıştır. Kesitte açığa çıkan sönümleme kuvveti $F = -\pi(R_a^2 - R_b^2)\Delta P$ eşitliği ile hesaplanmıştır.

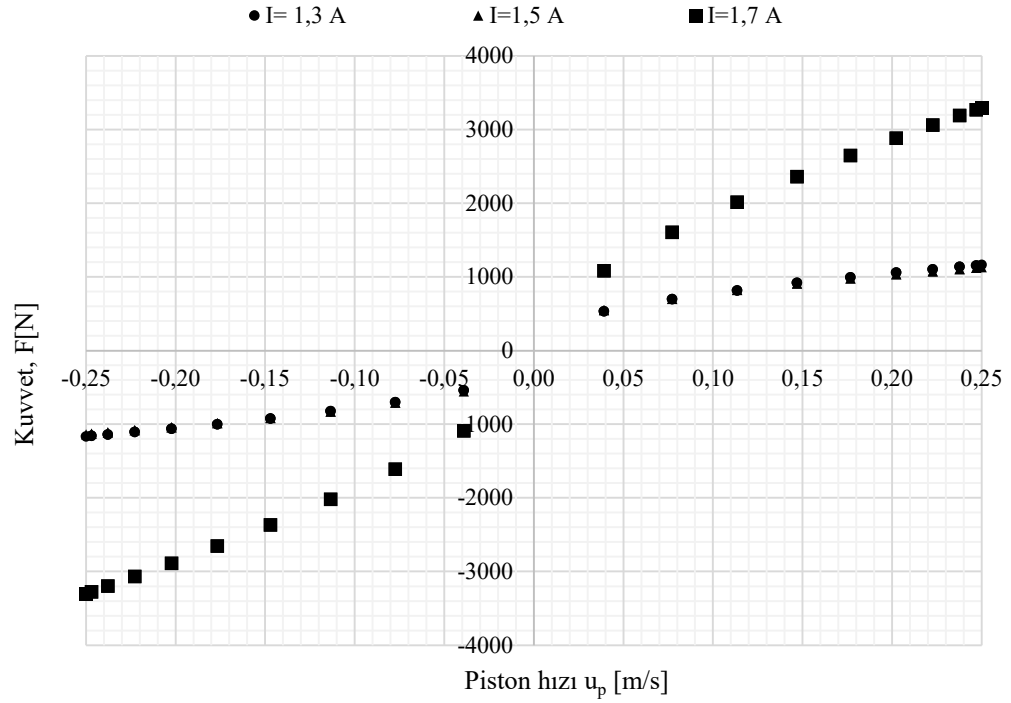
Şekil 5.12. HAD çözümü ile edilen damper sönümleme kuvvetinin büyüklüğünün zamana göre farklı akım değerlerindeki değişimini göstermektedir. Şekil 5.13. ve 5.14.'te ise sırasıyla MR damperin karakteristiğini belirten kuvvet-piston konumu ve kuvvet-piston hızı grafikleri verilmiştir.



Şekil 5.12. MR damper kuvvet-zaman grafiği



Şekil 5.13. MR damper kuvvet-piston konumu grafiği



Şekil 5.14. MR damper kuvvet-piston hızı grafiği

BÖLÜM 6. SONUÇLAR

Paralel plakalar arasında gerçekleşen MR akışkan akışının SHY tekniği kullanılarak HAD modellemesi yapılmış ve nümerik çözümleme teknikleriyle akış alanı boyunca olan hız ve basınç alanları elde edilmiştir. Bu kapsamda yazılan nümerik kodun doğrulanması literatürdeki çalışmaların referans alınması ile gerçekleştirilmiştir. Referans çalışma ile maksimum %1,5-2 arasında elde edilen hata ile kodun doğrulanması yapılmıştır.

Genelleştirilmiş Upwind şemaları tekniğine göre konveksiyon terimleri ayrıklaştırılmış ve nümerik doğrusal denklem sistemleri çıkartılmıştır. Böylelikle UD, CD, LUD, QUICK ve TVD şemalarının uygulanabileceği nümerik doğrusal denklem sistemleri jenerik bir formda elde edilmiştir. Bu şemaların sürünme akış koşullarında hız ve basınç alanları üzerindeki etkisi incelenmiş ve sonuç olarak her birinin oldukça yakın sonuçlar verdiği ortaya konulmuştur.

Bu çalışma kapsamında paralel plakalar arası HB akışkan akışı için türetilen Reynolds sayısı kullanılarak elde edilen analitik basınç kaybı nümerik olarak hesaplanan basınç kaybı ile karşılaştırıldığında maksimum %2 hata mertebesinde hata ile oldukça uyumlu sonuçlar vermiştir.

Gelişigüzel boyutlandırması yapılan bir MR damperin kuvvet-zaman, kuvvet-piston konumu ve kuvvet-piston hızı grafikleri uygulanan üç farklı akım şiddeti altında elde edilmiştir. Yapılan analizlerde piston hızı zamana bağlı sinüzoidal bir fonksiyon tanımlanarak gerçekleştirilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] “Nature World Conference on Science.” <https://www.nature.com/wcs/a14a2.html>, Erişim tarihi: 07.06.2022
- [2] D. D. Li et al., “Modeling the response of magnetorheological fluid dampers under seismic conditions,” *Applied Sciences (Switzerland)*, vol. 9, no. 19, Oct. 2019, doi: 10.3390/app9194189.
- [3] H. Li, I. Jönkkäri, E. Sarlin, and F. Chen, “Experimental Comparison of Constitutive Models for Magnetorheological Fluids Under Different Conditions,” *Brazilian Journal of Physics* 2021, pp. 1–12, Sep. 2021, doi: 10.1007/S13538-021-00989-2.
- [4] M. R. Tamadondar, A. Rasmuson, A. R. Zeneca Pharmaceutical Development, and Olndal Se-, “Numerical Modeling of Adhesive Particle Mixing Kyrre Thalberg and Ingela Niklasson Björn,” *American Institute of Chemical Engineers AIChE J*, vol. 63, pp. 2599–2609, 2017, doi: 10.1002/aic.15654.
- [5] “The Physics Of Non-Newtonian Goo Could Save Astronauts’ Lives.” <https://www.popsci.com/the-physics-of-non-newtonian-goo-could-save-astronauts-lives/>, Erişim tarihi: 07.06.2022
- [6] S. L. Ntella, M. T. Duong, Y. Civet, Z. Pataky, and Y. Pemard, “Design optimization of miniature magnetorheological valves with self-sensing capabilities used for a wearable medical application,” *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM*, vol. 2020-July, pp. 409–414, Jul. 2020, doi: 10.1109/AIM43001.2020.9158847.
- [7] A.-R. Cha, J.-Y. Yoon, T.-H. Lee, and S.-B. Choi, “Design of new prosthetic leg damper for above knee amputees using a magnetorheological damper activated permanent magnet only,” doi: 10.1117/12.2296760, vol. 10595, pp. 727–732, Mar. 2018, doi: 10.1117/12.2296760.
- [8] N. H. D. Nordin, A. G. A. Muthalif, T. Saleh, and N. Z. Azlan, “Optimal particle ratio to maximize the dynamic range of magnetorheological fluid (MRF) damper for prosthetic limb,” *2015 10th Asian Control Conference: Emerging Control Techniques for a Sustainable World, ASCC 2015*, Sep. 2015, doi: 10.1109/ASCC.2015.7244789.

- [9] Y. B. Peng, Z. K. Zhang, J. G. Yang, and L. H. Wang, “Full-Scale Simulations of Magnetorheological Damper for Implementation of Semi-Actively Structural Control,” *Journal of Mechanics*, vol. 35, no. 4, pp. 549–562, Aug. 2019, doi: 10.1017/jmech.2018.26.
- [10] G. Zhang et al., “Analysis of magnetorheological clutch with double cup-shaped gap excited by Halbach array based on finite element method and experiment,” *Smart Materials and Structures*, May 2022, doi: 10.1088/1361-665X/ac701a.
- [11] Z. Parlak and T. Engin, “Time-dependent HAD and quasi-static analysis of magnetorheological fluid dampers with experimental validation,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 64, no. 1, pp. 22–31, 2012, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2012.08.006.
- [12] D. Susan-Resiga, “A rheological model for magneto-rheological fluids,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 20, no. 8, pp. 1001–1010, 2009, doi: 10.1177/1045389X08100979.
- [13] G. A. Dimock, J. E. Lindler, and N. M. Wereley, “Bingham biplastic analysis of shear thinning and thickening in magnetorheological dampers,” *Smart Structures and Materials 2000: Smart Structures and Integrated Systems*, vol. 3985, p. 444, Jun. 2000, doi: 10.1117/12.388847.
- [14] E. Gedik, H. Kurt, Z. Recebli, and C. Balan, “Two-dimensional HAD simulation of magnetorheological fluid between two fixed parallel plates applied external magnetic field,” *Computers and Fluids*, vol. 63, pp. 128–134, 2012, doi: 10.1016/j.compfluid.2012.04.011.
- [15] V. J. Llorente and A. Pascau, “Numerical simulations of magnetorheological fluids flowing between two fixed parallel plates,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 74, no. May, pp. 151–169, 2019, doi: 10.1016/j.apm.2019.04.047.
- [16] J. S. Oh and S. B. Choi, “Ride quality control of a full vehicle suspension system featuring magnetorheological dampers with multiple orifice holes,” *Frontiers in Materials*, vol. 6, p. 8, Feb. 2019, doi: 10.3389/FMATS.2019.00008/BIBTEX.
- [17] Z. Parlak, “Manyeto-Reolojik Sıvılı Yarı-Aktif Bir Sönümleyici Tasarımı ve Analizi” 2010, Sakarya, Sakarya Üniversitesi, Doktora çalışması
- [18] R. B. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport phenomena*, no. April. New York: John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [19] Y. A. Çengel and J. M. Cimbala, “Fluid mechanics: fundamentals and applications,” p.1024, https://books.google.com/books/about/Fluid_Mechanics.html?id=DqFJvgAACAAJ, Erişim tarihi: 07.06.2022.

- [20] Dynamics of polymeric liquids vol. 1, fluid mechanics, edited by R. B. Bird, R. C. Armstrong and O. Hassager, Wiley Interscience, New York, 1987, pp. xxi + 649, price £64.15. ISBN 0-471-80245-X. Vol. 2, Kinetic theory, edited by R. B. Bird, C. F. Curtiss, R. C. Armstrong and O. Hassager, Wiley-Interscience, New York, 1987. pp. xxi + 437, price 659.65. ISBN 0-471-80244-1
- [21] Z. Parlak and M. E. Söylemez, “Experimental investigation of design parameters of temperature controlled semi-active shock absorber under different currents and velocities,” *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, vol. 47, no. 5, pp. 629–646, 2019, doi: 10.1080/15397734.2019.1610970.
- [22] E. Moreno, A. Larese, and M. Cervera, “Modelling of Bingham and Herschel-Bulkley flows with mixed P1/P1 finite elements stabilized with orthogonal subgrid scale,” *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 228, pp. 1–16, 2016, doi: 10.1016/j.jnnfm.2015.12.005.
- [23] Kumaran V 2010 Chapter 2 Fundamentals of rheology “Fundamentals of Rheology,” *Rheology of Complex Fluids* (New York: Springer) doi: 10.1007/978-1-4419-6494-6_2
- [24] T. C. Papanastasiou, “Flows of Materials with Yield,” *Journal of Rheology*, vol. 31, no. 5, pp. 385–404, 1987, doi: 10.1122/1.549926.
- [25] D. D. O. dos Santos, S. Frey, M. F. Naccache, and P. R. de Souza Mendes, “Numerical approximations for flow of viscoplastic fluids in a lid-driven cavity,” *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 166, no. 12–13, pp. 667–679, 2011, doi: 10.1016/j.jnnfm.2011.03.004.
- [26] W. Elsaady, S. O. Oyadiji, and A. Nasser, “A one-way coupled numerical magnetic field and HAD simulation of viscoplastic compressible fluids in MR dampers,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 167, p. 105265, 2020, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2019.105265.
- [27] N. M. Wereley, “Nondimensional herschel-bulkley analysis of magnetorheological and electrorheological dampers,” in *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Mar. 2008, vol. 19, no. 3, pp. 257–268. doi: 10.1177/1045389X07088107.
- [28] W. W. Chooi and S. O. Oyadiji, “Design, modelling and testing of magnetorheological (MR) dampers using analytical flow solutions,” *Computers and Structures*, vol. 86, no. 3–5, pp. 473–482, 2008, doi: 10.1016/j.compstruc.2007.02.002.
- [29] H. K. Gao, D. S. Qu, and F. Yang, “Flow Analysis and Modeling of Magneto-Rheological Fluids,” *Proceedings of the 2015 International Conference on Electrical, Automation and Mechanical Engineering*, 2015. doi: 10.2991/eame-15.2015.193

- [30] K. Madlener, B. Frey, and H. K. Ciezki, "Generalized reynolds number for non-newtonian fluids," vol. 1, pp. 237–250, 2009, doi: 10.1051/eucass/200901237.
- [31] M. Mendes, M. A. Alves, and P. Coelho, "Estimating Heat Transfer Coefficients and Friction Factors in Non-Newtonian Flows between Parallel Plates," *Heat Transfer Engineering*, vol. 40, no. 7, pp. 549–558, 2019, doi: 10.1080/01457632.2018.1436417.
- [32] W. M. Rohsenow and J. R. Hartnett, *Handbook of heat transfer*, vol. 36, no. 06. 1999. doi: 10.5860/choice.36-3347.
- [33] W. M. H K Versteeg, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, 2nd ed., vol. M. 1995.
- [34] R. Liu, D. Wang, X. Zhang, W. Li, and B. Yu, "Comparison study on the performances of finite volume method and finite difference method," *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2013, 2013, doi: 10.1155/2013/596218.
- [35] M. F. Tom6, B. Duffy, and S. Mckee, "Journalof Non~Newtonlan Fluid Mechanics A numerical technique for solving unsteady non-Newtonian free surface flows," 1996.
- [36] S. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow: Computational methods in mechanics and thermal science," Hemisphere Publication Corporation, Washington, DC. pp. 1–197, 1980.
- [37] R. Liu, D. Wang, X. Zhang, W. Li, and B. Yu, "Comparison study on the performances of finite volume method and finite difference method," *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2013, 2013, doi: 10.1155/2013/596218.
- [38] S. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow: Computational methods in mechanics and thermal science," Hemisphere Publication Corporation, Washington, DC. pp. 1–197, 1980.
- [39] Lord Corparation, "Lord Technical Data, MRF-132DG Magnet-Rheological Fluid," 2021. <http://www.lordmrstore.com/lord-mr-products/mrf-132dg-magneto-rheological-fluid>, Erişim tarihi: 07.06.2022.
- [40] A. Boualit, N. Zeraibi, S. Boualit, and M. Amoura, "Thermal development of the laminar flow of a Bingham fluid between two plane plates with viscous dissipation," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, no. 1, pp. 36–43, 2011, doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2010.09.005.
- [41] G. R. Inácio, J. C. Tomio, M. Vaz, and P. S. B. Zdanski, "Numerical study of viscoplastic flow in a T-bifurcation: Identification of stagnant regions," *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, vol. 36, no. 3, pp. 1279–1287, 2019, doi: 10.1590/0104-6632.20190363s20180361.

- [42] S. Lovato, G. Vaz, S. Toxopeus, G. Keetels, and J. Settels, “Code Verification exercise for 2D Poiseuille flow with non-Newtonian fluid.” www.refresco.org, Erişim tarihi: 07.06.2022.
- [43] W. Elsaady, S. O. Oyadiji, and A. Nasser, “A review on multi-physics numerical modelling in different applications of magnetorheological fluids,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 31, no. 16, Sep. 2020, doi: 10.1177/1045389X20935632.
- [44] F. W. Maurer, S. GmbH, F. Weber, G. Feltrin, and O. Huth, “Guidelines for Structural Control SAMCO Final Report 2006 F05 Guidelines for Structural Control Guidelines for Structural Control,” 2006, www.samco.org, Erişim tarihi: 07.06.2022.



EKLER

EK A: HAD Kodu

```
% 2D, LAMINAR, TRANSIENT, NON-NEWTONIAN FLUID FLOW BETWEEN PARALEL PLATES %
% METHOD: FVM with Staggered Grid Aproach %
% DEVELOPED BY: MURAT CAN ONEN @ SAKARYA UNIVERSITY & KOCAELI UNIVERSITY %
%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%
format LONG;

% | | |
% | \ / |
% | \ / |
% | \ / |CFD A 2D COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS CODE for SIMPLE CASES

% Coordinate system
% -----> +x
% |
% |
% |
% |
% | \ / +y
% -----

% ASAGIDAKI PARAMETLERI DEGISTIREBILIRSINIZ
% -----

%% SELECTION OF THE DIFFERENCING SCHEME & VISCOUS MODEL
%% Selection of Analysis Scheme:
    Analysis_scheme= 'QUICK';
% Type:'CD' for Central Differencing
% Type:'UD' for Upwind Differencing
% Type:'LUD' for Linear Upwind Differencing
% Type:'QUICK' for Quick Differencing
% Type:'TVD-1' for TVD Differencing with SUPERBEE flux limiter
% Type:'TVD-2' for TVD Differencing with VAN LEERS flux limiter
%% Selection of Rheological Behavior:
    Viscosity_model= 'HB-3';
% Newtonian Fluid Flow 'N'
% non-Newtonian Herschel Bulkley 'HB-1': Not regularized
% 'HB-2': Papanastasiou regularized
% 'HB-3': Hyperb. tg. func. regularized
% 'HB-4': HB model in ANSYS tutorial
% non-Newtonian Bingham Plastic 'BP-1': Not regularized
% 'BP-2': Hyperb. tg func. regularized 1
% 'BP-3': Papanastasiou regularized
% 'BP-4': Hyperb. tg func. regularized 2

%% FLUID PROPERTIES (non-Newtonian)
% B=0.00; %Magnetic Field [T]
A=1.7; %Current [A]
rho=2950; %Constant density [kg/m^3]
Tau_y=18589; %Yield stress of MRF [Pa]

%Fluid properties for the Hershel-Bulkley Viscosity Model:
```

```

k=195.34;          %Consistency index          [Pa.s^n]
n=0.6715;          %Power-law index            [-]

m=1000;            %Papanastasiou regularization parameter    [1/s]

alpha_rheo=0.03;   %Hyperbolic Tangent Function parameter 1
psi=1;             %Hyperbolic Tangent Function parameter 2

%Fluid properties for the Bingham-Plastic Viscosity Model:
mu_p=0.112;        %Plastic viscosity          [Pa.s]
mu_s=1000*mu_p;    %Solid-type viscosity       [Pa.s]
gamma_dot_cr=1e-5; %Critical shear rate        [1/s]

%% Limiting values of shear rate magnitude to avoid divergence
gamma_lower=1e-6;  %Lower limitting value of the shear rate  [1/s]
gamma_upper=1e7;   %Upper limitting value of the shear rate  [1/s]

%% PHYSICAL DOMAIN SIZES & MESHING
L=50e-3;           %Domain Length
H=0.6e-3;          %Domain Height
D_H=2*H;           %Hydraulic diameter
xin=0e-3;          %Optional length for fully developed flow region at inlet
xout=0e-3;         %Optional length for fully developed flow region at outlet
R=10e-3;           %Cylinder inner radius

%% Meshing
nx=50;             %Number of Divisions along the x- axis
ny=20;             %Number of Divisions along the y- axis
xmin=0;    xmax=L+(xin+xout);    dx=(xmax-xmin)/nx;    % [m]
ymin=0;    ymax=H;              dy=(ymax-ymin)/ny;    % [m]
[X,Y]=meshgrid(xmin:dx:xmax,ymin:dy:ymax);

%% INITIALIZING ALL FLOW VARIABLES
intialize='yes';    %Type 'yes' to initialize all the flow variables
%% FLOW PROPERTIES
Fully_developed='no'; %Define in-flow condition, yes/no
Reference='Vel';    %Avg. velocity, type "Vel"; Reynolds Number "RN"
%Piston movement
Ra=91/2*H;
Rb=89/2*H;
Rc=50*H;
u_max_piston=0.25;
Smax_piston=1.5*L;
omega=u_max_piston/Smax_piston;
tmax=pi*Smax_piston/(2*u_max_piston);
dt=tmax/10;
Re=10;             %Define Reynolds Number (Chose RN in reference)
u_in=Rc^2/(Ra^2-Rb^2)*u_max_piston*sin(omega*dt); % (Chose Vel in reference)
v_in=0;            %Define Inlet v- velocity
P_out=0;

%% Effective Induced Length (Non-Newtonian Flow):
Fully_non_newtonian='no'; % (yes/no)
%If no, define the coordinates of the active area
L_coil=0.5*L;
tk=L/2-L_coil/2;   %Effective field thickness [m]
x1=0e-3;           x2=x1+tk; %Effective Field location 1 [m]
x3=L/2+L_coil/2;   x4=x3+tk; %Effective Field location 2 [m]
x1a=xin+x1;  x2a=xin+x2;
nx1=max(1,round(x1a/xmax*nx)); nx2=min(nx+1,round(x2a/xmax*nx));
x1b=xin+x3;  x2b=xin+x4;
nx3=max(1,round(x1b/xmax*nx)); nx4=min(nx+1,round(x2b/xmax*nx));
%Define Outlet pressure
%% Number of Iteration
iter_v=50;          %Number of iterations for momentum equations
iter_P=2500;        %Max. number of iterations for pressure correction
iter_outer=100000;  %Number of outer iterations to converge
Eps=1e-15;          %A small value to prevent divergence in flux ratios
%% Relaxation Factors

```

```

alpha_u=0.75;           %u- velocity under-relaxation factor
alpha_v=0.75;           %v- velocity under-relaxation factor
alpha_P=0.25;           %Pressure under-relaxation factor
B=1.50;                 %Over-relaxation factor for Pressure correction
%% Residual Limits
limit_u=1e-3;           % u- velocity residual limit
limit_v=1e-3;           % v- velocity residual limit
limit_P=1e-3;           % Pressure residual limit
limit_m=1e-3;           % Mass Imbalance residual limit
%-----%
%                               PARAMETRE GIRIS SONU                               %
%-----%
if strfind(Reference,'Vel');
    u_mean=u_in;
end
if (strfind(Reference,'RN'));
    if (strfind(Viscosity_model,'HB'));
        err=1;
        %Calculating Mean flow velocity:
        while err > 1e-3;
            mm=n*k*(8*u_in/D_H)^n/(Tau_y+k*(8*u_in/D_H)^n);
            u_mean=(Re*(Tau_y/8*(D_H/u_in)^n+k*((2*mm+1)/(2*mm))^n*8^(n-1))...
                /(D_H^n*rho))^(1/(2-n));
            err=abs((u_mean-u_in)/u_mean);
            u_in=u_mean;
        end
    elseif (strfind(Viscosity_model,'BP'));
        f=warndlg('No reynolds number for BP');
    elseif (strfind(Viscosity_model,'N'));
        u_mean=Re*mu_p/(rho*D_H);
        u_in=u_mean;
    end
end
%% Analitic Pressure lost and Velocity Profile for HB
%In Literature the analytical solutions exist for fully developed flow...
%conditions
%Reynolds Number;
mm=n*k*(8*u_mean/D_H)^n/(Tau_y+k*(8*u_mean/D_H)^n);
Re=rho*u_mean^(2-n)*D_H^n/(Tau_y/8*(D_H/u_mean)^n...
    +k*((2*mm+1)/(2*mm))^n*8^(n-1));
f=64/Re;
dP=f*L/D_H*rho*u_mean^2/2;
dPdx=f/D_H*rho*u_mean^2/2;
for J=1:nx+1;
    dPx(J)=dP-dPdx*X(1,J);
end
%Velocity Profile (Lee and Wereey 2000)
spacing_y=1e-6;  nu_points=round(H/spacing_y+1);  y=zeros(1,nu_points);
for i=2:nu_points;  y(i)= y(i-1)+spacing_y;  end
delta=2*L*Tau_y/(dP);           %Plug flow region thickness
ypi=(H-delta)/(H);  ypo=(H+delta)/(H);  %Plug flow region boundaries
ypi_Analitic=ypi/H;
ypo_Analitic=ypo/H;
u_analitic=zeros(1,nu_points);
for i=2:nu_points
    if (0 < y(i)) && (y(i) < ypi)
        u_analitic(i)=n/(n+1)*(dP/(k*L))^(1/n)*((H-delta)/2)^((n+1)/n)...
            -((H-delta)/2-y(i))^(n/(n+1));
    end
    if (ypi <= y(i)) && (y(i) <= ypo);
        u_analitic(i)=n/(n+1)*(dP/(k*L))^(1/n)*((H-delta)/2)^((n+1)/n);
    end
    if (ypo < y(i)) && (y(i) <= H)
        u_analitic(i)=n/(n+1)*(dP/(k*L))^(1/n)*((H-delta)/2)^((n+1)/n)...
            -(y(i)-(H+delta)/2)^(n/(n+1));
    end
end

```

```

end
end
%Analytical Shear Stress Profile
for i=1:nu_points
    if (0 <= y(i)) && (y(i) < ypi)
        Tau_analitic(i)=Tau_y+(dP)/(2*L)*(2*y(i)-(H-delta));
    end
    if (ypi <= y(i)) && (y(i) <= ypo)
        Tau_analitic(i)=(dP)/(2*L)*(2*y(i)-delta);
    end
    if (ypo < y(i)) && (y(i) <= H)
        Tau_analitic(i)=-Tau_y+(dP)/(2*L)*(2*y(i)-(H+delta));
    end
end
% INITIALIZATION OF FLOW VARIABLES
if strfind(intialize,'yes'); Start=1;
else;
    if exist('Start')
        Start=NoI; f=warndlg...
        ('Warning: The current analysis is using values from previous analysis');
    else; f=warndlg...
        ('Change the initialization state to "yes"'); return;
    end
end
if strfind(intialize,'yes');
%Initialization of apperant viscosity matrix
eta=zeros(ny+2,nx+2);
%Initialization of velocity and pressure fields
u=zeros(ny+2,nx+2);    ut=zeros(ny+2,nx+2);    u0=zeros(ny+2,nx+2);
v=zeros(ny+2,nx+2);    vt=zeros(ny+2,nx+2);    v0=zeros(ny+2,nx+2);
P=zeros(ny+2,nx+2);    Pt=zeros(ny+2,nx+2);    Pp=zeros(ny+2,nx+2);
%Momentum equations' coefficient matrices
uap=ones(ny+2,nx+2);    vap=ones(ny+2,nx+2);
uap0=ones(ny+2,nx+2);    vap0=ones(ny+2,nx+2);
uae=zeros(ny+2,nx+2);    vae=zeros(ny+2,nx+2);
uaw=zeros(ny+2,nx+2);    vaw=zeros(ny+2,nx+2);
uan=zeros(ny+2,nx+2);    van=zeros(ny+2,nx+2);
uas=zeros(ny+2,nx+2);    vas=zeros(ny+2,nx+2);
Su=zeros(ny+2,nx+2);    Sv=zeros(ny+2,nx+2);
Su_DC=zeros(ny+2,nx+2); Sv_DC=zeros(ny+2,nx+2);
%Pressure Correction equation's coefficient matrices
pap=ones(ny+2,nx+2);    bt=zeros(ny+2,nx+2);    b=zeros(ny+2,nx+2);
pae=zeros(ny+2,nx+2);    paw=zeros(ny+2,nx+2);
pan=zeros(ny+2,nx+2);    pas=zeros(ny+2,nx+2);
%Initialize Flux terms for Peclet Number
Fwu=zeros(ny+2,nx+2);    Dwu=zeros(ny+2,nx+2);
Feu=zeros(ny+2,nx+2);    Deu=zeros(ny+2,nx+2);
Pee_u=zeros(ny+2,nx+2);    Pew_u=zeros(ny+2,nx+2);
%Initialize shear rate matrix
gamma_dot=zeros(ny+2,nx+2);    dudy=zeros(ny+2,nx+2);    dudx=zeros(ny+2,nx+2);
Tau=zeros(ny+2,nx+2);    dvdx=zeros(ny+2,nx+2);    dvdy=zeros(ny+2,nx+2);
%% Implementing Boundary Conditions
%u- velocity BCs:
ut(2:ny+1,1:2)=u_in;    u(2:ny+1,1:2)=u_in;    u0(2:ny+1,1:2)=u_in; %Inlet u
ut(ny+2,:)=0;    u(ny+2,:)=0;    u0(ny+2,:)=0; %South u
ut(1,:)=0;    u(1,:)=0;    u0(1,:)=0; %North u
ut(2:ny+1,nx+2)=u_in;    u(2:ny+1,nx+2)=u_in;    u0(2:ny+1,nx+2)=u_in;%initial
%v- velocity BCs:
vt(3:ny+1,1)=v_in;    v(3:ny+1,1)=v_in;    v0(3:ny+1,1)=v_in; %Inlet v
vt(3:ny+1,nx+2)=0;    v(3:ny+1,nx+2)=0;    v(3:ny+1,nx+2)=0; %Outlet v Fully.
vt(1:2,:)=0;    v(1:2,:)=0;    v(1:2,:)=0; %North v
vt(ny+2,:)=0;    v(1:ny+2,1:2)=0;    v0(1:ny+2,1:2)=0; %South v
%Pressure BC:
P(:,nx+2)=0; %Pressure Outlet (Gauge)
end

```

```

%% TRANSIENT STATE NAVIER-STOKES SOLVER
% Initializing Residual Conditions
if strfind(intialize,'yes');
Start=1; t=0; NoI=0; iter_outer_=0;
counter=[];residual_u=[];residual_v=[]; residual_m=[]; nt=0;
end
for t=max(t,dt):dt:tmax;
    res_u=1e3; res_v=1e3; res_m=1e3; rept_untl=0;
    %Update inlet velocity
    u_in=Rc^2/(Ra^2-Rb^2)*u_max_piston*sin(omega*t);
    m_in_t=rho*u_in*H;
    if t==dt; m_in=m_in_t; end
    for I=1:ny+2;
        u(I,1)=m_in_t/m_in*u(I,1);
    end
    ut=u;
    m_in=m_in_t;

    if u_in >= 0;    u_mean=u_in;    end
    if u_in < 0;    u_mean=abs(u_in); end

%     ut(2:ny+1,1)=u_in;    ut(2:ny+1,2)=u_in;
%     u(2:ny+1,1)=u_in;    u(2:ny+1,2)=u_in;

    Start=min(NoI,iter_outer_);
    iter_outer_=iter_outer_+iter_outer;

for NoI=Start:iter_outer_;
% Checking if Residual Conditions are met
if (res_u <= limit_u) ; if (res_v <= limit_v); if (res_m <= limit_m);
if (abs(1-m_in/m_out) <= 1e-3); rept_untl=rept_untl+1; if (rept_untl==100);
break;
end; end; end; end; end;
%% Reynold number dependent BCs:
%% Apperant Viscosity
% Strain rate
for I=2:ny+1;
    for J=2:nx+1; i=I; j=J;
        dudy(I,J)=1/(4*dy)*( (u(I,j)+u(I+1,j)+u(I,j+1)+u(I+1,j+1)) ...
            -(u(I,j)+u(I-1,j)+u(I,j+1)+u(I-1,j+1)) );
        dvdx(I,J)=1/(4*dx)*( (v(i,J)+v(i,J+1)+v(i+1,J)+v(i+1,J+1)) ...
            -(v(i,J)+v(i,J-1)+v(i+1,J)+v(i+1,J-1)) );
        dvdy(I,J)=1/(dy)*(v(i+1,J)-v(i,J));
        dudx(I,J)=1/(dx)*(u(I,j+1)-u(I,j));
    end
end
%North and South Boundaries du/dy term:
for J=2:nx+1; j=J;
    dudy(2,J)=1/(4*dy)*( (u(2,j)+u(3,j)+u(2,j+1)+u(3,j+1))-0);
    dudy(ny+1,J)=1/(4*dy)*(0-(u(ny+1,j)+u(ny,j)+u(ny+1,j+1)+u(ny,j+1)));
end
%East and West Boundaries dv/dx term:
for I=2:ny+1; i=I;
    dvdx(I,2)=1/(4*dx)*( (v(i,2)+v(i,3)+v(i+1,2)+v(i+1,3))-0);
    dvdx(I,nx+1)=1/(4*dx)*(0-(v(i,nx+1)+v(i,nx)+v(i+1,nx+1)+v(i+1,nx)));
end
for I=2:ny+1;
    for J=2:nx+1;
        gamma_dot(I,J)=sqrt(2*(dudx(I,J))^2+(dudy(I,J)+dvdx(I,J))^2 ...
            +2*(dvdy(I,J))^2);
        % Limitations for strain rate applied:
        gamma_dot(I,J)=max(gamma_lower,gamma_dot(I,J));
        gamma_dot(I,J)=min(gamma_upper,gamma_dot(I,J));
    end
end

```

```

end
%% Hershel-Bulkley Viscosity Model
for I=2:ny+1;
    for J=2:nx+1;
        %Not Regularized:
        if strfind(Viscosity_model,'HB-1')
            eta(I,J)=Tau_y/(gamma_dot(I,J)+Eps)+k*(gamma_dot(I,J))^(n-1);
        end
        %Papanastasiou Regularized viscosity equation for Hershel-Bulkley:
        if strfind(Viscosity_model,'HB-2')
            eta(I,J)=Tau_y/gamma_dot(I,J)...
                *(1-exp(-m*gamma_dot(I,J)))+k*(gamma_dot(I,J))^(n-1);
        end
        %Regularized with Hyperbolic Tangent Function:
        if strfind(Viscosity_model,'HB-3')
            eta(I,J)=Tau_y*tanh(psi*gamma_dot(I,J))...
                /sqrt(alpha_rheo^2+(gamma_dot(I,J))^2)+k*(gamma_dot(I,J))^(n-1);
        end
        %H-B model used in ANSYS tutorial
        if strfind(Viscosity_model,'HB-4')
            if gamma_dot(I,J) >= gamma_dot_cr;
                eta(I,J)=Tau_y/gamma_dot(I,J)+k*(gamma_dot(I,J)/gamma_dot_cr)^(n-1);
            elseif gamma_dot(I,J) < gamma_dot_cr
                eta(I,J)=Tau_y*(2-gamma_dot(I,J)/gamma_dot_cr)/gamma_dot_cr...
                    +k*((2-n)+(n-1)*gamma_dot(I,J)/gamma_dot_cr);
            end
        end
    end
end
%% Bingham-Plastic Viscosity Model
for I=2:ny+1;
    for J=2:nx+1;
        %Not Regularized:
        if strfind(Viscosity_model,'BP-1')
            if gamma_dot(I,J) >= gamma_cr;
                eta(I,J)=Tau_y/(gamma_dot(I,J)+Eps)+mu_p;
            else
                eta(I,J)=mu_s;
            end
        end
        %Regularized with hyperbolic function_1:
        if strfind(Viscosity_model,'BP-2')
            Tau_yk=Tau_y*tanh(gamma_dot(I,J)/gamma_cr);
            if gamma_dot(I,J) >= gamma_cr;
                eta(I,J)=Tau_yk/gamma_dot(I,J)+mu_p;
            else
                eta(I,J)=mu_s;
            end
        end
        %Papanastasiou Regularized viscosity equation for Bingham Plastic:
        if strfind(Viscosity_model,'BP-3')
            eta(I,J)=mu_p+Tau_y/gamma_dot(I,J)*(1-exp(-m*gamma_dot(I,J)));
        end
        %Regularized with Hyperbolic Tangent Function
        if strfind(Viscosity_model,'BP-4')
            eta(I,J)=eta(I,J)+(Tau_y*tanh(psi*gamma_dot(I,J))...
                /sqrt(alpha_rheo^2+(gamma_dot(I,J))^2)+mu_p);
        end
    end
end
if NoI <= 1; eta(1:ny+2,1:nx+2)=mu_p; end
%% Over-write viscosity matrix for Newtonian Fields and Boundary Specs.
% Boundaries
%outlet:

```

```

eta(1:ny+2,nx+2)=abs(eta(1:ny+2,nx+1)+0.5*(eta(1:ny+2,nx+1)-
eta(1:ny+2,nx)));
    %inlet clmn 1-2
eta(1:ny+2,2)=abs(eta(1:ny+2,3)-0.5*(eta(1:ny+2,4)-eta(1:ny+2,3)));
eta(1:ny+2,1)=eta(1:ny+2,2);
    %North
eta(1,1:nx+2)=abs(eta(2,1:nx+2)-0.5*(eta(3,1:nx+2)-eta(2,1:nx+2)));
    %South
eta(ny+2,1:nx+2)=abs(eta(ny+1,1:nx+2)+0.5*(eta(ny+1,1:nx+2)-
eta(ny,1:nx+2)));
% If there are non-excited areas
if strfind(Fully_non_newtonian,'no')
% eta(1:ny+2,1:nx1)=mu_p;
eta(1:ny+2,nx2:nx3)=mu_p;
% eta(1:ny+2,nx4:nx+2)=mu_p;
end
%% Check & Plot Shear Stress
for I=2:ny+1;
    for J=2:nx+1;
        Tau(I,J)=2*eta(I,J)*1/2*(dudy(I,J)+dvdx(I,J));    %Gamma=2*eps_xy
    end
end
%% Initialize Viscosity
    if NoI == 1; eta(1:ny+2,1:nx+2)=mu_p; end
%% Checking the Peclet Number (u control volume)
for I=2:ny+1;
    for j=2:nx+1;    i=I; J=j;
        Fwu=0.5*rho*(u(I,j)+u(I,j-1));
        Dwu=eta(I,J-1)/dx;
        Feu=0.5*rho*(u(I,j)+u(I,j+1));
        Deu=eta(I,J)/dx;
    end
end
Pee_u=Feu/Deu;Pee_u=0;Pee_u=0;Pee_u(1,:)=0;Pee_u(ny+2,:)=0;
Pew_u=Fwu/Dwu;Pew_u=0;Pew_u(:,nx+2)=0;Pew_u(1,:)=0;Pew_u(ny+2,:)=0;
if NoI >= 15;
    if (abs(max(max(Pew_u))) >= 2) || (abs((max(max(Pew_u)))) <= -2);
        f2=warndlg('Simulation is interrupted: Peclet Number Error')
        if strfind(Analysis_scheme,'CD') ; break; end
    end
    if (abs(max(max(Pee_u))) >= 2) || (abs((max(max(Pee_u)))) <= -2);
        f3=warndlg('Simulation is interrupted: Peclet Number Error')
        if strfind(Analysis_scheme,'CD') ; break; end
    end
end
%% U- Momentum
%% Generalised Discretization for UD,LUD,CD,QUICK, and TVD Schemes
%% Cell Face Coefficients
for I=2:ny+1;
    for j=3:nx+1; i=I; J=j;
        Su(I,j)=0;
        uae(I,j)=eta(I,J)/dx*dy+max(-0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j+1)),0);
        uaw(I,j)=eta(I,J-1)/dx*dy+max(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j-1)),0);
        uan(I,j)=(eta(I,J)+eta(I,J-1)+eta(I-1,J)+eta(I-1,J-1))/(4*dy)*dx...
            +max(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i,J-1)),0);
        uas(I,j)=(eta(I,J)+eta(I,J-1)+eta(I+1,J)+eta(I+1,J-1))/(4*dy)*dx...
            +max(-0.5*rho*dx*(v(i+1,J)+v(i+1,J-1)),0);
        uap0(I,j)=rho*dx*dy/dt;
    end
end
%% Over-writing North and South neighboring boundary coefficients
for I=2;    %North
    for j=3:nx+1; i=I; J=j;
        uan(I,j)=(eta(I,J)+eta(I-1,J)+eta(I,J-1)+eta(I-1,J-1))/(4*dy/2)*dx...
            +max(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i,J-1)),0);
    end
end

```

```

    end
end
for I=ny+1;           %South
    for j=3:nx+1; i=I; J=j;
        uas(I,j)=(eta(I,J)+eta(I+1,J)+eta(I,J-1)+eta(I+1,J-1))/(4*dy/2)*dx...
            +max(-0.5*rho*dx*(v(i+1,J-1)+v(i+1,J)),0);
    end
end
%% u- Cell Center Coefficient
for I=2:ny+1;        %aP=aP0+aE+aW+aN+aS+(Fe-Fw)+(Fs-Fn)
    for j=3:nx+1;    i=I; J=j;
        uap(I,j)=uap0(I,j) + uae(I,j) + uaw(I,j) + uan(I,j) + uas(I,j)...
            +0.5*rho*dy*((u(I,j)+u(I,j+1))-(u(I,j)+u(I,j-1)))...
            +0.5*rho*dx*((v(i+1,J-1)+v(i+1,J))-(v(i,J)+v(i,J-1)));
    end
end
%% Su_DC (Source term from TVD Schemes)
for I=2:ny+1;
    for j=3:nx+1; i=I; J=j;
        if (ut(I,j)+ut(I,j-1)) >=0;    alphau_w=1; else;    alphau_w=0; end;
        if (ut(I,j)+ut(I,j+1)) >=0;    alphau_e=1; else;    alphau_e=0; end;
        if (vt(i,J)+vt(i,J-1)) >=0;    alphau_n=1; else;    alphau_n=0; end;
        if (vt(i+1,J)+vt(i+1,J-1)) >=0;    alphau_s=1; else;    alphau_s=0; end;
        %% Calculating Flux limiters for Upwind Biased and TVD Schemes
        if any(strcmp(Analysis_scheme,{'LUD','QUICK','TVD-1','TVD-2'}));
            % Flux Ratios for Flow in Positive Coordinate Directions
            re_plus=(ut(I,j)-ut(I,j-1))/(ut(I,j+1)-ut(I,j)+Eps);           % re+
            rw_plus=(ut(I,j-1)-ut(I,j-2))/(ut(I,j)-ut(I,j-1)+Eps);         % rw+
            rs_plus=(ut(I,j)-ut(I-1,j))/(ut(I+1,j)-ut(I,j)+Eps);           % rs+
            if I==2; % Extrapolated Ghost node NN - North Boundary
                uNN_bdry=2*ut(I-1,j)-ut(I,j);
                rn_plus=(ut(I-1,j)-uNN_bdry)/(ut(I,j)-ut(I-1,j)+Eps);
            else
                rn_plus=(ut(I-1,j)-ut(I-2,j))/(ut(I,j)-ut(I-1,j)+Eps);       % rn+
            end
            % Flux Ratios for Flow in Negative Coordinate Directions
            rw_minus=(ut(I,j)-ut(I,j+1))/(ut(I,j-1)-ut(I,j)+Eps);           % rw-
            rn_minus=(ut(I,j)-ut(I+1,j))/(ut(I-1,j)-ut(I,j)+Eps);           % rn-
            if j==nx+1; % Extrapolated Ghost node EE
                uEE_bdry= 2*ut(I,j+1)-ut(I,j);
                re_minus=(ut(I,j+1)-uEE_bdry)/(ut(i,J)-ut(I,j+1)+Eps);
            else
                re_minus=(ut(I,j+1)-ut(I,j+2))/(ut(i,J)-ut(I,j+1)+Eps);
            end
            if I==ny+1; % Extrapolated Ghost node SS
                uSS_bdry=2*ut(I,j+1)-ut(I,j);
                rs_minus=(ut(I+1,j)-uSS_bdry)/(ut(I,j)-ut(I+1,j)+Eps);
            else
                rs_minus=(ut(I+1,j)-ut(I+2,j))/(ut(I,j)-ut(I+1,j)+Eps);
            end
        end
    end
end
%% Calculating Flux limiters for Upwind Biased and TVD Schemes
if strfind(Analysis_scheme, 'CD');
    %Flux limiting functions:
    psi_re_plus=1; psi_rw_plus=1; psi_rn_plus=1; psi_rs_plus=1;
    psi_re_minus=1; psi_rw_minus=1; psi_rn_minus=1; psi_rs_minus=1;
    scheme_check=1;
end
if strfind(Analysis_scheme, 'UD');
    %Flux limiting functions:
    psi_re_plus=0; psi_rw_plus=0; psi_rn_plus=0; psi_rs_plus=0;
    psi_re_minus=0; psi_rw_minus=0; psi_rn_minus=0; psi_rs_minus=0;
    scheme_check=1e1;
end
if strfind(Analysis_scheme, 'LUD');

```

```

%Flux limiting functions:
    psi_re_plus=re_plus;    psi_rw_plus=rw_plus;
    psi_rn_plus=rn_plus;    psi_rs_plus=rs_plus;
    psi_re_minus=re_minus;  psi_rw_minus=rw_minus;
    psi_rn_minus=rn_minus;  psi_rs_minus=rs_minus;
    scheme_check=1e2;
end
if strfind(Analysis_scheme, 'QUICK');
%Flux limiting functions:
    psi_re_plus=(3+re_plus+Eps)/4;    psi_rw_plus=(3+rw_plus+Eps)/4;
    psi_rn_plus=(3+rn_plus+Eps)/4;    psi_rs_plus=(3+rs_plus+Eps)/4;
    psi_re_minus=(3+re_minus+Eps)/4;  psi_rw_minus=(3+rw_minus+Eps)/4;
    psi_rn_minus=(3+rn_minus+Eps)/4;  psi_rs_minus=(3+rs_minus+Eps)/4;
    scheme_check=1e3;
end
if strfind(Analysis_scheme, 'TVD-1');
%Roe's SUPERBEE Flux Limitting Function:
    psi_re_plus=max([0,min(2*re_plus,1),min(re_plus,2)]);
    psi_rw_plus=max([0,min(2*rw_plus,1),min(rw_plus,2)]);
    psi_rn_plus=max([0,min(2*rn_plus,1),min(rn_plus,2)]);
    psi_rs_plus=max([0,min(2*rs_plus,1),min(rs_plus,2)]);
    psi_re_minus=max([0,min(2*re_minus,1),min(re_minus,2)]);
    psi_rw_minus=max([0,min(2*rw_minus,1),min(rw_minus,2)]);
    psi_rn_minus=max([0,min(2*rn_minus,1),min(rn_minus,2)]);
    psi_rs_minus=max([0,min(2*rs_minus,1),min(rs_minus,2)]);
    scheme_check=1e4;
end
if strfind(Analysis_scheme, 'TVD-2');
%Van Leer Flux Limitting Function:
    psi_re_plus=(re_plus+abs(re_plus))/(1+re_plus+Eps);
    psi_rw_plus=(rw_plus+abs(rw_plus))/(1+rw_plus+Eps);
    psi_rn_plus=(rn_plus+abs(rn_plus))/(1+rn_plus+Eps);
    psi_rs_plus=(rs_plus+abs(rs_plus))/(1+rs_plus+Eps);
    psi_re_minus=(re_minus+abs(re_minus))/(1+re_minus+Eps);
    psi_rw_minus=(rw_minus+abs(rw_minus))/(1+rw_minus+Eps);
    psi_rn_minus=(rn_minus+abs(rn_minus))/(1+rn_minus+Eps);
    psi_rs_minus=(rs_minus+abs(rs_minus))/(1+rs_minus+Eps);
    scheme_check=1e5;
end
% Additional Flux u-Source Term
Su_DC(I,j)=1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j+1)))*((1-alpha_e)*psi_re_minus...
    -alpha_e*psi_re_plus)*(ut(I,j+1)-ut(I,j))...
    +1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j-1)))*(alpha_w*psi_rw_plus...
    -(1-alpha_w)*psi_rw_minus)*(ut(I,j)-ut(I,j-1))...
    +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i+1,J)+v(i+1,J-1)))*((1-alpha_s)...
    *psi_rs_minus-alpha_s*psi_rs_plus)*(ut(I+1,j)-ut(I,j))...
    +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i,J-1)))*(alpha_n*psi_rn_plus...
    -(1-alpha_n)*psi_rn_minus)*(ut(I,j)-ut(I-1,j));
if I==2;    %Correction for North Boundary
Su_DC(I,j)=1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j+1)))*((1-alpha_e)*psi_re_minus...
    -alpha_e*psi_re_plus)*(ut(I,j+1)-ut(I,j))...
    +1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j-1)))*(alpha_w*psi_rw_plus...
    -(1-alpha_w)*psi_rw_minus)*(ut(I,j)-ut(I,j-1))...
    +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i+1,J)+v(i+1,J-1)))*((1-alpha_s)...
    *psi_rs_minus-alpha_s*psi_rs_plus)*(ut(I+1,j)-ut(I,j));
end
if I==ny+1; %Correction for South Boundary
Su_DC(I,j)=1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j+1)))*((1-alpha_e)*psi_re_minus...
    -alpha_e*psi_re_plus)*(ut(I,j+1)-ut(I,j))...
    +1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I,j-1)))*(alpha_w*psi_rw_plus...
    -(1-alpha_w)*psi_rw_minus)*(ut(I,j)-ut(I,j-1))...
    +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i,J-1)))*(alpha_n*psi_rn_plus...
    -(1-alpha_n)*psi_rn_minus)*(ut(I,j)-ut(I-1,j));
end
end
end

```

```

end
%% Solving u- momentum equation with G-S with under-relaxation:
for itX=1:iter_v;
    for I=2:ny+1;
        for j=3:nx+1; i=I; J=j;
            % Temporary velocity
            ut(I,j) = (alpha_u/uap(I,j))*(uap0(I,j)*u0(I,j)+uae(I,j)*ut(I,j+1) ...
                +uaw(I,j)*ut(I,j-1)+uan(I,j)*ut(I-1,j) + uas(I,j)*ut(I+1,j) ...
                - (P(I,J)-P(I,J-1))*dy+Su(I,j)+Su_DC(I,j) ...
                + ((1-alpha_u)*uap(I,j)/alpha_u)*u(I,j));
        end
    end
    %1st order extrapolation for the outlet u- velocity:
    % ut(2:ny+1,nx+2)=ut(2:ny+1,nx+1);%+1/2*(ut(2:ny+1,nx+1)-ut(2:ny+1,nx));
    ut(2:ny+1,2)=ut(2:ny+1,1);
    % Checking mass conservation
    %Calculating Inlet Mass Flow Rate:
    if ((NoI==1) || (Start==1));
        m_in=rho*sum(u(2:ny+1,1))/ny*(ymax-ymin);
    end
    %Calculating Outlet Mass Flow Rate (at the end of iteration):
    m_out=rho*sum(ut(2:ny+1,nx+2))/ny*(ymax-ymin);
    mass_imbalance_rate=m_in/m_out;
    % Fully developed flow at the inlet:
    if strfind(Fully_developed,'yes');
        ut(:,nx+2) = ut(:,nx+1)*(m_in/m_out);
        ut(:,1) = ut(:,nx+2)*(m_in/m_out);
        ut(:,2) = ut(:,nx+2)*(m_in/m_out);
    else
        ut(2:ny+1,1)=u_in;    ut(2:ny+1,2)=u_in;
        ut(:,nx+2) = ut(:,nx+1)*(m_in/m_out);
    end
end
%% Checking the Residual for U- Momentum:
if NoI >= 2;
    res_u = 0;
    for j=3:nx+1;
        for I=2:ny+1; i=I; J=j;
            res_u =res_u+sqrt((ut(I,j)-u(I,j))^2);
        end
    end
    if NoI==2; res_u0=1/((nx+1)*(ny+1))*res_u; end
    figure(1)
    res_u=(1/((nx+1)*(ny+1))*res_u)/res_u0;
    counter=[counter,NoI];
    residual_u = [residual_u,res_u];
    semilogy(counter,residual_u,'-b','LineWidth',2);grid on;
    title(['Residuals (m_i_n/m_o_u_t=',num2str(mass_imbalance_rate),')',...
        ' ', scheme_title,']']);
    xlabel(['Number of Iterations ',num2str(NoI),']');
    ylabel(['Value of the Residual']);
end
%% V- Momentum
%% Generalised Discretization for UD,CD,QUICK,TVD
%% Cell Face Coefficients
for J=2:nx+1;
    for i=3:ny+1; I=i; j=J;
        Sv(i,J)=0;
        vae(i,J)=(eta(I,J)+eta(I,J+1)+eta(I-1,J)+eta(I-1,J+1))/(4*dx)*dy...
            +max(-0.5*rho*dy*(u(I,j+1)+u(I-1,j+1)),0);
        vaw(i,J)=(eta(I,J-1)+eta(I,J)+eta(I-1,J-1)+eta(I-1,J))/(4*dx)*dy...
            +max(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I-1,j)),0);
        van(i,J)=eta(I-1,J)/dy*dx+max(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i-1,J)),0);
        vas(i,J)=eta(I,J)/dy*dx+max(-0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i+1,J)),0);
        vap0(i,J)=rho*dx*dy/dt;
    end
end

```

```

end
end
%Over-writing East and West neighboring boundary coefficients
for J=nx+1; %East
    for i=3:ny+1; I=i; j=J;
vae(i,J)=(eta(I,J)+eta(I,J+1)+eta(I-1,J)+eta(I-1,J+1))/(4*dx/2)*dy...
        +max(-0.5*rho*dy*(u(I,j+1)+u(I-1,j+1)),0);
    end
end
for J=2; %West
    for i=3:ny+1; I=i; j=J;
vaw(i,J)=(eta(I,J-1)+eta(I,J)+eta(I-1,J-1)+eta(I-1,J))/(4*dx/2)*dy...
        +max(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I-1,j)),0);
    end
end
%% v- Cell Center Coefficient
for J=2:nx+1;
    for i=3:ny+1; I=i; j=J; %aP=aP0+aE+aW+aN+aS+(Fe-Fw)+(Fs-Fn)
vap(i,J)=vap0(i,J)+vae(i,J)+vaw(i,J)+van(i,J)+vas(i,J)...
        +0.5*rho*dy*((u(I,j+1)+u(I-1,j+1))-(u(I,j)+u(I-1,j)))...
        +0.5*rho*dx*((v(i,J)+v(i+1,J))-(v(i,J)+v(i-1,J)));
    end
end
%% Flow Direction for v(i,J) cell
for J=2:nx+1;
    for i=3:ny+1; I=i; j=J;
        if (ut(I,j)+ut(I-1,j)) >=0; alphav_w=1; else; alphav_w=0; end;
        if (ut(I,j+1)+ut(I-1,j+1)) >=0; alphav_e=1; else; alphav_e=0; end;
        if (vt(i,J)+vt(i-1,J)) >=0; alphav_n=1; else; alphav_n=0; end;
        if (vt(i,J)+vt(i+1,J)) >=0; alphav_s=1; else; alphav_s=0; end;
%% Calculating Method for Fluxes, or Flux limiters for TVD
if any(strcmp(Analysis_scheme,{'LUD','QUICK','TVD-1','TVD-2'}));
    % Flux Ratios for Flow in Positive Coordinate Directions
    re_plus=(vt(i,J)-vt(i,J-1))/(v(i,J+1)-vt(i,J)+Eps); %re+
    rs_plus=(vt(i,J)-vt(i-1,J))/(vt(i+1,J)-vt(i,J)+Eps); %rs+
    if J==2; %Extrapolated value of the Ghost node J=0 (WW) %rw+
vWW_bdry=0;
    rw_plus=(vt(i,J-1)-vWW_bdry)/(vt(i,J)-vt(i,J-1)+Eps);
    else
    rw_plus=(vt(i,J-1)-v(i,J-2))/(vt(i,J)-vt(i,J-1)+Eps);
    end
    if I==2;%Extrapolated value of the Ghost node I=0 (NN) %rn+
vNN_bdry=0;
    rn_plus=(vt(i-1,J)-vNN_bdry)/(vt(i,J)-vt(i-1,J)+Eps);
    else
    rn_plus=(vt(i-1,J)-vt(i-2,J))/(vt(i,J)-vt(i-1,J)+Eps);
    end
    % Flux Ratios for Flow in Negative Coordinate Directions
    rw_minus=(vt(i,J)-vt(i,J+1))/(vt(i,J-1)-vt(i,J)+Eps); %rw-
    rn_minus=(vt(i,J)-vt(i+1,J))/(vt(i-1,J)-vt(i,J)+Eps); %rn-
    if J==nx+1; %re-
vEE_bdry=2*vt(i,J+1)-vt(i,J);
    re_minus=(vt(i,J+1)-vEE_bdry)/(vt(i,J)-vt(i,J+1)+Eps);
    else
    re_minus=(vt(i,J+1)-vt(i,J+2))/(vt(i,J)-vt(i,J+1)+Eps);
    end
    if i==ny+1; %rs-
vSS_bdry=0;
    rs_minus=(vt(i+1,J)-vSS_bdry)/(vt(i,J)-vt(i+1,J)+Eps);
    else
    rs_minus=(vt(i+1,J)-vt(i+2,J))/(vt(i,J)-vt(i+1,J)+Eps);
    end
end
end
if strfind(Analysis_scheme, 'CD');
    psi_re_plus=1; psi_rw_plus=1; psi_rn_plus=1; psi_rs_plus=1;
end

```

```

        psi_re_minus=1; psi_rw_minus=1; psi_rn_minus=1; psi_rs_minus=1;
        if scheme_check==1; scheme_title='CD'; end
    end
    if strfind(Analysis_scheme, 'UD');
        psi_re_plus=0; psi_rw_plus=0; psi_rn_plus=0; psi_rs_plus=0;
        psi_re_minus=0; psi_rw_minus=0; psi_rn_minus=0; psi_rs_minus=0;
        if scheme_check==1e1; scheme_title='UD'; end
    end
    if strfind(Analysis_scheme, 'LUD');
        psi_re_plus=re_plus; psi_rw_plus=rw_plus;
        psi_rn_plus=rn_plus; psi_rs_plus=rs_plus;
        psi_re_minus=re_minus; psi_rw_minus=rw_minus;
        psi_rn_minus=rn_minus; psi_rs_minus=rs_minus;
        if scheme_check==1e2; scheme_title='LUD'; end
    end
    if strfind(Analysis_scheme, 'QUICK');
        psi_re_plus=(3+re_plus+Eps)/4; psi_rw_plus=(3+rw_plus+Eps)/4;
        psi_rn_plus=(3+rn_plus+Eps)/4; psi_rs_plus=(3+rs_plus+Eps)/4;
        psi_re_minus=(3+re_minus+Eps)/4; psi_rw_minus=(3+rw_minus+Eps)/4;
        psi_rn_minus=(3+rn_minus+Eps)/4; psi_rs_minus=(3+rs_minus+Eps)/4;
        if scheme_check==1e3; scheme_title='QUICK'; end
    end
    if strfind(Analysis_scheme, 'TVD-1');
        %SUPERBEE Flux Limitting
        psi_re_plus=max([0,min(2*re_plus,1),min(re_plus,2)]);
        psi_rw_plus=max([0,min(2*rw_plus,1),min(rw_plus,2)]);
        psi_rn_plus=max([0,min(2*rn_plus,1),min(rn_plus,2)]);
        psi_rs_plus=max([0,min(2*rs_plus,1),min(rs_plus,2)]);
        psi_re_minus=max([0,min(2*re_minus,1),min(re_minus,2)]);
        psi_rw_minus=max([0,min(2*rw_minus,1),min(rw_minus,2)]);
        psi_rn_minus=max([0,min(2*rn_minus,1),min(rn_minus,2)]);
        psi_rs_minus=max([0,min(2*rs_minus,1),min(rs_minus,2)]);
        if scheme_check==1e4; scheme_title='TVD - Super Bee'; end
    end
    if strfind(Analysis_scheme, 'TVD-2');
        %Van Leer Flux Limitting:
        psi_re_plus=(re_plus+abs(re_plus))/(1+re_plus);
        psi_rw_plus=(rw_plus+abs(rw_plus))/(1+rw_plus);
        psi_rn_plus=(rn_plus+abs(rn_plus))/(1+rn_plus);
        psi_rs_plus=(rs_plus+abs(rs_plus))/(1+rs_plus);
        psi_re_minus=(re_minus+abs(re_minus))/(1+re_minus);
        psi_rw_minus=(rw_minus+abs(rw_minus))/(1+rw_minus);
        psi_rn_minus=(rn_minus+abs(rn_minus))/(1+rn_minus);
        psi_rs_minus=(rs_minus+abs(rs_minus))/(1+rs_minus);
        if scheme_check==1e5; scheme_title='TVD - Van Leer'; end
    end
    %Additional Flux v-Source Term
    Sv_DC(i,J)=1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j+1)+u(I-1,j+1)))*((1-alphav_e)...
        *psi_re_minus-alphav_e*psi_re_plus)*(vt(i,J+1)-vt(i,J))...
        +1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j)+u(I-1,j)))*(alphav_w*psi_rw_plus...
        -(1-alphav_w)*psi_rw_minus)*(vt(i,J)-vt(i,J-1))...
        +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i+1,J)))*((1-alphav_s)...
        *psi_rs_minus-alphav_s*psi_rs_plus)*(vt(i+1,J)-vt(i,J))...
        +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i-1,J)))*(alphav_n*psi_rn_plus...
        -(1-alphav_n)*psi_rn_minus)*(vt(i,J)-vt(i-1,J));
    if J==nx+1; %West boundary correction
        Sv_DC(i,J)=1/2*(0.5*rho*dy*(u(I,j+1)+u(I-1,j+1)))*((1-alphav_e)...
            *psi_re_minus-alphav_e*psi_re_plus)*(vt(i,J+1)-vt(i,J))...
            +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i+1,J)))*((1-alphav_s)...
            *psi_rs_minus-alphav_s*psi_rs_plus)*(vt(i+1,J)-vt(i,J))...
            +1/2*(0.5*rho*dx*(v(i,J)+v(i-1,J)))*(alphav_n*psi_rn_plus...
            -(1-alphav_n)*psi_rn_minus)*(vt(i,J)-vt(i-1,J));
    end
end
end
end

```

```

%% Solving v- momentum equation:
for itY=1:iter_v;
    for i=3:ny+1;
        for J=2:nx+1; I=i; j=J;
%Temporary v velocity
            vt(i,J)=(alpha_v/vap(i,J))*(vap0(i,J)*v0(i,J)+vae(i,J)*vt(i,J+1)...
                +vaw(i,J)*vt(i,J-1)+van(i,J)*vt(i-1,J)+vas(i,J)*vt(i+1,J)...
                -(P(I,J)-P(I-1,J))*dx+Sv(i,J)+Sv_DC(i,J)...
                +((1-alpha_v)*vap(i,J)/alpha_v)*v(i,J));
            end
        end
%Backward extrapolation for outlet v- velocity
            vt(3:ny+1,nx+2)=1/(1-dx/4)*(vt(3:ny+1,nx)+dx/2*(vt(3:ny+1,nx+1)...
                -vt(3:ny+1,nx))-dx/4*vt(3:ny+1,nx+1));
            if strfind(Fully_developed, 'yes'); vt(1:ny+2,nx+2)=0; end %Developed
        end
%% Checking the Residual for V- Momentum:
        if NoI >= 2;
            res_v=0;
            for J=2:nx+1;
                for i=3:ny+1;
                    res_v = res_v+sqrt((vt(i,J)-v(i,J))^2);
                end
            end
            if NoI==2; res_v0=1/((nx+1)*(ny+1))*res_v; end
            hold on
            res_v=(1/((nx+1)*(ny+1))*res_v)/res_v0; %Normalised Residual
            residual_v = [residual_v,res_v];
            semilogy(counter,residual_v,'-r','LineWidth',2); grid on;
            hold off
        end
%% Pressure Correction
%% Initializing pressure corrections:
        Pp=zeros(ny+2,nx+2);
%% Coefficient matrices of P':
        for J=2:nx+1;
            for I=2:ny+1; i=I; j=J;
                pae(I,J) = alpha_u*(rho*dy^2)/uap(I,j+1);
                paw(I,J) = alpha_u*(rho*dy^2)/uap(I,j);
                pan(I,J) = alpha_v*(rho*dx^2)/vap(i,J);
                pas(I,J) = alpha_v*(rho*dx^2)/vap(i+1,J);
            end
        end
        bt=0; %Initializing source term (residual mass flow rate)
        for I=2:ny+1;
            for J=2:nx+1; i=I; j=J;
                bt(I,J) = rho*dy*(ut(I,j)-ut(I,j+1))+rho*dx*(vt(i,J)-vt(i+1,J));
            end
        end
        %Pressure correction shouldn't be applied on the boundary nodes
        pan(2,:) = 0; %North
        pas(ny+1,:) = 0; %South
        pae(:,nx+1) = 0; %East
        paw(:,2) = 0; %West
        for I=2:ny+1;
            for J=2:nx+1;
                pap(I,J) = pae(I,J)+paw(I,J)+pan(I,J)+pas(I,J);
            end
        end
%% Plot Continuity Imbalance Residual
        if NoI >= 2;
            res_m = 0;
            for I=2:ny+1;
                for J=2:nx+1; i=I; j=J;
                    res_m=res_m+1/((nx+1)*(ny+1))*(bt(I,j)-b(I,j))^2;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
    if NoI==2; res_m0 =res_m+sqrt((bt(I,j)-b(I,j))^2); end
    hold on
    res_m=(res_m+sqrt((bt(I,j)-b(I,j))^2))/res_m0; %Normalised
    residual_m = [residual_m,res_m];
    semilogy(counter,residual_m,'k','LineWidth',2);grid on;
    legend('u velocity','v velocity','Continuity');
    pause(0.005);
    hold off
end
%Setting outlet reference value
pap(2:ny+1,nx+1)=1e30;
%Convergence criteria for pressure correction equation
res_Pt=1e3; itP=0;
%Correcting Pressure (P') with SOR Method
while (res_Pt >= 1e-3) && (itP <= iter_P);
    Pp_previous=Pp;
    for I=2:ny+1;
        for J=2:nx+1;
            Pp(I,J) = (1-B)*Pp(I,J)+(B/pap(I,J))*(pae(I,J)*Pp(I,J+1)...
            +paw(I,J)*Pp(I,J-1)+pan(I,J)*Pp(I-1,J)+pas(I,J)*Pp(I+1,J)...
            +bt(I,J));
        end
    end
    %Calculate Residual
    res_Pt=0;
    for I=2:ny+1;
        for J=2:nx+1; i=I; j=J;
            res_Pt =res_Pt+(Pp(I,J)-Pp_previous(I,J))^2;
        end
    end
    Pp_previous=Pp;
    res_Pt=1/((nx+1)*(ny+1))*sqrt(res_Pt);
    itP=itP+1;
end
%% Correcting pressure and velocity fields
for J=2:nx+1;
    for I=2:ny+2;
        P(I,J)=P(I,J)+alpha_P*Pp(I,J); %Corrected+Underrelaxed
    end
end
for j=3:nx+1;
    for I=2:ny+2; i=I; J=j;
        ut(I,j)=ut(I,j)+dy/uap(I,j)*(Pp(I,J-1)-Pp(I,J)); %Corrected
    end
end
for J=2:nx+2;
    for i=3:ny+1; I=i; j=J;
        vt(i,J)=vt(i,J)+dx/vap(i,J)*(Pp(I-1,J)-Pp(I,J)); %Corrected
    end
end
%% Updating velocities with relaxations
for j=3:nx+2;
    for I=2:ny+2; i=I; J=j;
        u(I,j)=alpha_u*ut(I,j)+(1-alpha_u)*u(I,j); %Underrelaxed
    end
end
for J=2:nx+2;
    for i=3:ny+1; I=i; j=J;
        v(i,J)=alpha_v*vt(i,J)+(1-alpha_v)*v(i,J); %Underrelaxed
    end
end
%% Updating mass flux source term
b=bt;

```

```

%% Define plug flow boundaries
Tau_sym=Tau;
Tau_sym((ny+2)/2+1:ny+2,:)=[];
delta_HAD=Tau_y/(Tau_sym((ny+2)/2,nx+1))*dy;
delta_over_H_HAD=delta_HAD/H;
delta_over_H_Analitic=delta/H;
ypi_HAD=(H-delta_HAD)/(2*H); %Plug flow region boundaries
ypo_HAD=(H+delta_HAD)/(2*H); %Plug flow region boundaries
%% Plotting Velocity and pressure fields
if rem(NoI+1,200)==0;
figure (2)
ylim([0 ymax]);xlim([0 xmax]);
u_draw=ut(2:ny+2,2:nx+2);
v_draw=vt(2:ny+2,2:nx+2);
P_draw=P(1:ny+1,1:nx+1);
P_draw(1,:)=P_draw(2,:); P_draw(:,1)=P_draw(:,2);
P_draw(round((ny+2)/2),:)=P_draw(round((ny+2)/2)-1,:)...
+P_draw(round((ny+2)/2)+1,:))/2;
subplot(2,1,1)
contourf(X,Y,flipud(u_draw),10); pause(0.005); h=colorbar;title(h,'[m/s]');
title('Velocity Streamlines')
subplot(2,1,2); xlabel('x'); ylabel('y');
contourf(X,Y,flipud(P_draw),10); pause(0.005); h=colorbar;title(h,'[Pa]');
title('Equivalent Pressure Lines')
%% Plot Velocity Fields
figure(4)
%plot(u_draw(:,2) + dx ,Y,'r','LineWidth',2);
plot(u_draw(:,round((nx1+nx2)/2)),Y,'r','LineWidth',2);
hold on;
plot(u_draw(:,round((nx2+nx3)/2)),Y,'b','LineWidth',2);
plot(u_draw(:,round((nx3+nx4)/2)),Y,'y','LineWidth',2);
title('Velocity Field');ylabel('y [m]');xlabel('u [m/s]');
legend('nx1-nx2','nx2-nx3','nx3-nx4');
hold off
figure (6)
[hAx,hLine1,hLine2] = ...
plotyy(X,u_draw(round(ny/2),:),X,P_draw(round(ny/2),:));
title('Velocity and Pressure Along Centerline');
xlabel('X [m]');
ylabel(hAx(1),'u [m/s]'); % left y-axis
ylabel(hAx(2),'P [Pa]'); % right y-axis
set(hLine2,'LineStyle','--');
set(hLine2,'color','r');
set(hLine1,'color','b');
legend('u velocity','Pressure','Analytic Pressure');
%% Plot Shear Stress
figure (5)
p1=plot(Tau(2:ny+2,round((nx1+nx2)/2)),Y,'b','LineWidth',2);
hold on
%p2=plot(Tau(:,round(0+nx1)),Y,'g','LineWidth',2);
%p3=plot(Tau(:,round((nx2+nx3)/2)),Y,'r','LineWidth',2);
plot(Tau(2:ny+2,round((nx3+nx4)/2)),Y,'c','LineWidth',2);
plot(Tau(2:ny+2,round((nx4+nx)/2)),Y,'m','LineWidth',2);
legend('0-nx1','nx1-nx2','nx2-nx3','nx4-nx');
title('Shear Stress');ylabel('y [m]');xlabel('Tau [Pa]');
hold off
end
end
%% Save the velocity and pressure fields
u0=u;
v0=v;
%% Time
nt=nt+1;
time_=nt*dt;
time(nt)=time_;

```

```

%% Force-Displacement Graph
figure (7)
Force(nt)= max(max(P))*pi*(Ra^2-Rb^2);
plot(time,Force,'k','LineWidth',2);grid on;
%% Cehck if simulation time is exceeded
if time_>tmax;
    break;  f=wrndlg('Analysis is completed');
end
%% Write to a folder
filename_u=['u_time_' , num2str(time_), 'sec' , '.mat'];
filename_v=['v_time_' , num2str(time_), 'sec' , '.mat'];
filename_P=['P_time_' , num2str(time_), 'sec' , '.mat'];
save(filename_u,'u0')
save(filename_v,'v0')
save(filename_P,'P')
end

```



ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Murat Can ÖNEN

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Yılı
Yüksek Lisans	Sakarya Üniversitesi / Fen bilimleri Enstitüsü / Makine Mühendisliği	Devam ediyor
Lisans	Sakarya Üniversitesi / Mühendislik Fakültesi / Makine Mühendisliği	2019
Lise	Sancaktepe Samandıra Lisesi / Sayısal	2015
İlkokul	Sancaktepe Samandıra İbn-i Sina İ.Ö.O.	2011

İŞ DENEYİMİ

Yıl	Yer	Görev
2021-Halen	Kocaeli Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2020-2021	Başak Traktör	Drivetrain Mühendisi (Ar-Ge)

YABANCI DİL

İngilizce (YÖKDİL 91.25/100 – YDS: 83.75/100)

ESERLER

1. M. C. Önen ve Z. Parlak, “Investigation of a non-Newtonian MR fluid flow between parallel plates by developed HAD code for different numerical schemes,” *Smart Materials and Structures*, vol. 31, no. 7, p. 075006, May 2022, doi: 10.1088/1361-665X/AC6F9E.
2. M. C. Önen ve Z. Parlak, “Modelling Laminar Non-Newtonian Fluid Flow Between Parallel Plates by Developed HAD Code” 8. *Uluslararası Mühendislik, Mimarlık ve Tasarım Kongresi* p. 522-532, Ocak 2022.

HOBİLER

Yol bisikleti, doğa yürüyüşü, kitap okumak